

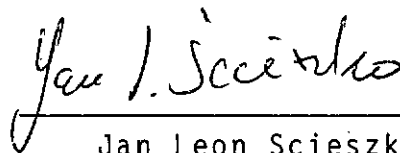
ESTUDO ANALÍTICO-EXPERIMENTAL DE UM MECANISMO

ARTICULADO PARA MANIPULAÇÃO REMOTA

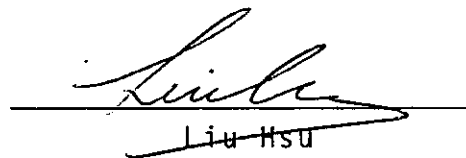
Fernando José Mayer Rodrigues

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS(M.Sc.)

Aprovada por:



Jan Leon Scieszko
(Presidente)



William Mittias Mansour

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

Agosto de 1978

RODRIGUES, FERNANDO JOSÉ MAYER

Estudo analítico-experimental de um mecanismo articulado para manipulação remota [Rio de Janeiro] 1978

VIII, 186 29,7cm (COPPE-UFRJ, M.Sc., Engenharia Mecânica, 1978)

Tese - Univ. Fed. Rio de Janeiro. Fac. Engenharia

1. Estudo analítico-experimental de um mecanismo articulado por juntas esféricas I. COPPE/UFRJ II. Título (série).

A minha esposa
e meus familiares

Agradeço,

ao prof. Jan Leon Scieszko pela orientação,

ã Nuclebrãs que possibilitou a realização deste trabalho,

aos colegas e amigos que sempre incentivaram e auxiliaram, contribuindo desse modo para a realização deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho consiste em um estudo básico analítico-experimental para um projeto de um mecanismo articulado para manipulação remota.

Foi analisado um mecanismo articulado por juntas esféricas e paralelamente foi desenvolvido um protótipo.

É apresentada a solução do problema de estabilidade da junta esférica e é proposto um modelo matemático para descrever o atrito nas juntas.

É também apresentado um modelo matemático para o braço atuando como uma viga engastada horizontalmente em uma extremidade e livre na outra.

Foram medidas as deflexões estáticas do protótipo atuando como uma viga engastada.

A comparação dos resultados prova a consistência do modelo matemático.

ABSTRACT

The main concern of this work is to develop a basic experimental-analytic study which aims to design an articulated arm to be used in a remote handling device.

An articulated spherical joint system has been idealized and a prototype of this system, developed.

A solution to the joint stability problem is proposed as well as the joint friction has its behavior modeled throughout a mathematical formulation.

The calculational framework considers the overall system as an arm working as an horizontal cantilever beam having one of its ends free.

Measurements on the prototype static deflections were performed to prove the consistence of the mathematical model proposed.

INDICE

	Página
I. INTRODUÇÃO	01
I.1. Características de um manipulador	04
I.2. Tipos de manipuladores	06
II. DESCRIÇÃO DO BRAÇO	15
III. CINEMÁTICA DO BRAÇO	27
III.1. Funcionamento do braço	27
III.2. Graus de liberdade	30
III.3. Movimentos possíveis	32
IV. PROBLEMA DO CENTRO DE ROTAÇÃO DA JUNTA ESFÉRICA	39
IV.1. Análise geométrica	41
IV.2. Equacionamento	46
IV.3. Análise do comportamento da junta	48
V. PROBLEMA DO ATRITO	54
V.1. O atrito nas juntas esféricas	54
V.2. O atrito nos cabos	58
VI. MODELO MATEMÁTICO PARA A DEFLEXÃO ESTÁTICA	66
VI.1. Análise de uma junta genérica sem atrito	67
VI.2. Análise de duas juntas sem atrito	72
VI.3. Análise de n juntas sem atrito	77
VI.4. Análise de uma junta com atrito	84
VI.5. Análise de n juntas com atrito	91
VII. RESOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES	100

VII.1.	Utilização de NLSYS1	101
VII.2.	Resolução de um sistema para oito juntas sem atrito	103
VII.3.	Resolução de um sistema para oito juntas com atrito nos cabos	111
VIII.	MEDIÇÕES DAS DEFLEXÕES ESTÁTICAS	118
VIII.1.	Bancada de testes	118
VIII.2.	Descrição das medições	120
IX.	COMPARAÇÕES ANALÍTICO-EXPERIMENTAIS	132
X	CONCLUSÕES	139
	BIBLIOGRAFIA	141
	Apêndice I	143
	Apêndice II	172
	Apêndice III	178

CAPITULO I

INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é desenvolver um estudo básico teórico e experimental necessário para a realização do projeto de um braço para um manipulador remoto de substâncias químicas ou radiativas.

A seguir estão explicados os conceitos de manipulação remota e de manipulador, procurando situar, assim, a importância do braço do manipulador nessa operação.

A manipulação remota é necessária quando se tem que mover substâncias ou atuar sobre processos que possam trazer danos a saúde humana ou ao meio ambiente. Muitas vezes para assegurar uma maior proteção são empregadas barreiras físicas entre o operador e a operação. Como exemplo de barreiras é possível citar desde simples paredes até células completamente fechadas.

Para vencer esses obstáculos são geralmente empregados os manipuladores remotos. Os manipuladores se constituem de três partes principais: manoplas de acionamento, braços e pinças(fig.1).

A manopla de acionamento, como o próprio nome diz é a extremidade por onde se aciona o manipulador.

O braço é o responsável pela ligação entre a manopla e a pinça. É através do braço que são transmitidos os movimentos da manopla para a pinça e são vencidas as distâncias e as barreiras de proteção.

A pinça é a peça que substitue a mão do operador na reau

lização dos trabalhos, é ela que entra diretamente em contato com as substâncias.

Deste modo fica situado o problema do braço como peça fundamental num conjunto maior que é o manipulador.

O braço será, portanto, o motivo deste trabalho e dentro desse enfoque existe ainda neste primeiro capítulo uma introdução aos manipuladores de um modo geral. Procurou-se mostrar como caracterizá-los e como classificá-los. Dentre os vários tipos é apresentado aquele cujo braço é objeto deste estudo.

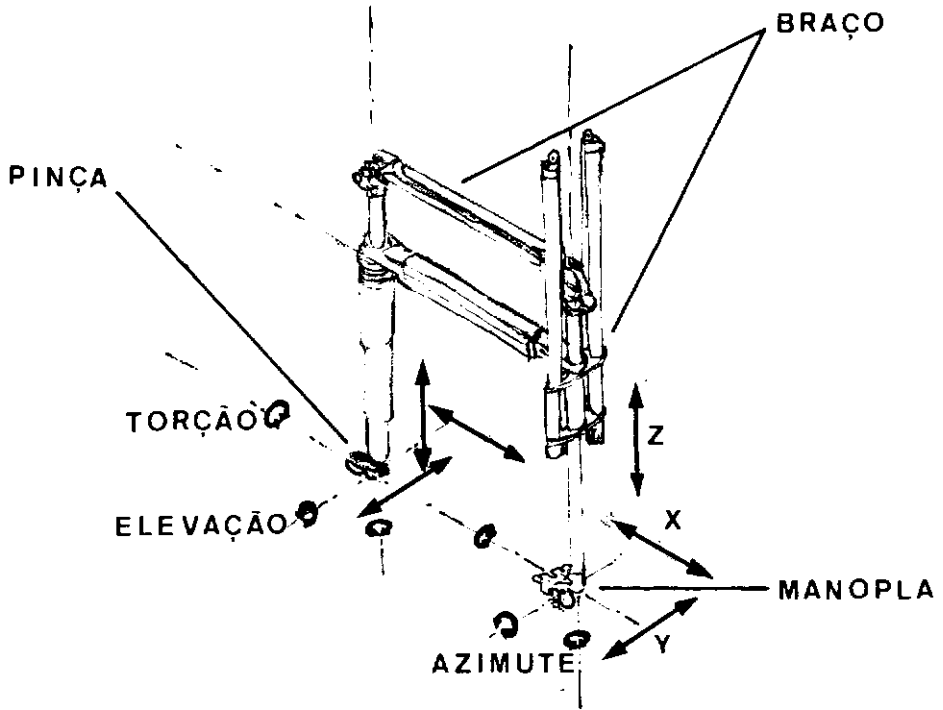


FIG.-1 Elementos de um manipulador tipo master-slave.

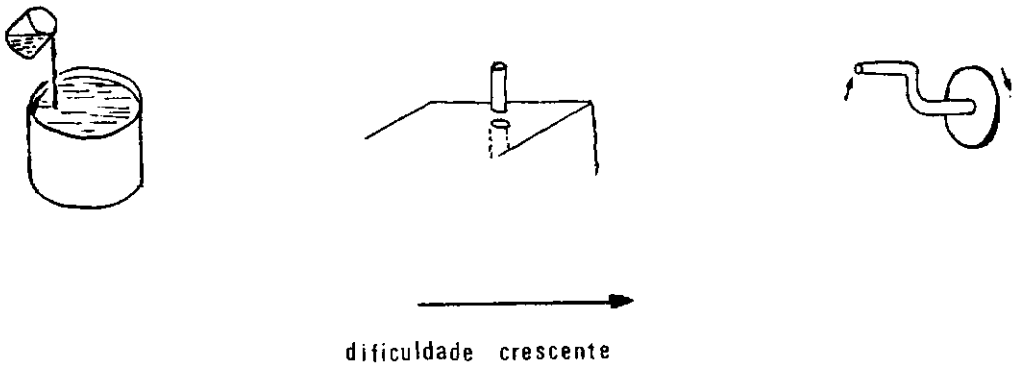


FIG.-2 Adaptabilidade de movimentos.

I.1. Características de um manipulador.

Na introdução foram apresentados os problemas de manipulação remota e manipuladores. Foram também apresentadas as partes principais de um manipulador e como atuam.

Agora serão apresentadas mais informações sobre a sua utilização e como eles podem ser caracterizados.

Os manipuladores executam as seguintes tarefas típicas:

1. abertura e fechamento, à distância, de conexões, grampos, fornos e outros equipamentos.

2. movimentação de equipamentos e substâncias perigosas entre locais que apresentem proteção adequada aos riscos existentes.

3. operação de equipamentos especialmente adaptados, tais como: equipamentos de soldagem, balanças analíticas, microscópios, politrizes, etc.

4. manutenção de equipamentos que operem em processos industriais especiais. Os processos industriais envolvidos em uma indústria de reprocessamento nuclear são um exemplo típico onde se requer uma manutenção a distância.

Na caracterização do desempenho dos manipuladores são utilizadas qualidades tais como: versatilidade, naturalidade, reflexão de força e adaptabilidade!

Essas qualidades são assim definidas:

1. Versatilidade: é a capacidade do braço reproduzir os movimentos do conjunto braço-mão humanos. A versatilidade é maior na medida em que se consegue reproduzir um maior número dos graus de liberdade inerentes ao conjunto humano. Aceita-se como razoável quando se tem nas pinças pelo menos 7 desses graus de liberdade, ou seja: três translações (nos eixos X, Y, Z), três rotações (movimentos de torção, elevação e azimuth) e um movimento de abertura e fechamento das pinças (fig.1).

A capacidade de carga de um manipulador simples, desprovido de servo-mecanismos, é limitada pela capacidade da mão humana, que é de aproximadamente 10Kg. Por outro lado a mão humana não pode pegar e reter com segurança, nos 7 graus de liberdade acima mencionados, cargas que excedam 5Kg.

2. Naturalidade: é a capacidade do manipulador reproduzir os movimentos da mão humana com a suavidade que os caracteriza. Essa qualidade também é chamada sincronismo e depende das características construtivas do manipulador. Ela está também associada a capacidade do operador possuir uma boa visibilidade das operações que está realizando e de sua habilidade natural.

3. Reflexão de força: é a capacidade que o manipulador tem de transmitir os esforços que estão sendo exercidos nas pinças de volta as manoplas, de modo que o operador tenha sensações físicas próximas as que teria se utilizasse suas próprias mãos na operação.

Esta propriedade facilita a realização de tarefas onde a utilização de uma força excessiva pode danificar os objetos que estão sendo manipulados.

4. Adaptabilidade: é a capacidade do manipulador executar tarefas que apresentam condições restritivas. Essas condições restritivas são inerentes a tarefa e o manipulador será mais adaptável na medida em que conseguir sobrepujar um maior número dessas restrições. Esta característica está intimamente associada ao poder de resolução do manipulador. Como exemplo de tarefas que exigem uma adaptabilidade de movimentos crescentes poder-se-ia citar: o ato de verter um líquido, a colocação de um pino em um orifício e o acionamento de uma manivela (fig.2).

Um detalhe que auxilia bastante a realização desse tipo de tarefas é a possibilidade de ouvir os ruídos que ocorrem durante a operação. São também importantes uma boa visibilidade do local da operação e a habilidade do operador.

Estão assim definidas algumas características com que se analisa o desempenho de um manipulador. A seguir são apresentadas algumas classificações existentes, de tipos de manipuladores, visando com isso ilustrar o problema.

1.2. Tipos de manipuladores.

Os manipuladores são dispositivos de utilização extremamente restrita e conseqüentemente pequena produção.

Geralmente eles se destinam a solucionar problemas específicos apresentando, portanto, poucas semelhanças entre si.

A seguir são apresentadas algumas classificações que ilustram como essa tarefa é complicada?

Segundo o tipo de tarefa a que se destinam os manipuladores podem ser classificados em: serviço leve ou pesado, ou ain

da, utilização geral ou específica.

Segundo o seu princípio de funcionamento existem duas grandes classes: os manipuladores simples e os manipuladores servo-assistidos. Os simples não apresentam multiplicação de força enquanto que os manipuladores servo-assistidos, como o nome demonstra, possuem multiplicação.

A classificação segundo o tipo é a que ilustra melhor os vários tipos existentes e o modo como devem ser empregados. Portanto:

1. Manipulador tipo master-slave: este manipulador possui os sete graus de liberdade descritos anteriormente. A conexão entre a manopla e a pinça é exclusivamente mecânica, não sendo servo-assistido. O nome master-slave provem do modo como ele opera, ou seja, executa-se um movimento com a manopla e a pinça reproduz um movimento idêntico. Não há defasagem alguma, nem alteração da força empregada. Portanto, estes manipuladores apresentam boa versatilidade, boa reflexão de força, bastante sincronismo e são bastante adaptáveis. O mais conhecido destes manipuladores é o modelo 8 do Argonne National Laboratory³ (ANL-8) (fig.1 e fig.3)*

2: Manipulador tipo master-slave modificado: a modificação consiste em alterar a autonomia do modelo anterior.

O braço passa a ser telescópico de ação simples ou reversa. Estando a extremidade do braço, que corresponde a manopla, estendida pode-se contrair a outra extremidade, conseguindo-se com isso um aumento de resolução. Pode-se também agir de modo inverso, estendendo a extremidade correspondente a pinça, conseguin-

(*) As ilustrações foram copiadas da bibliografia consultada.

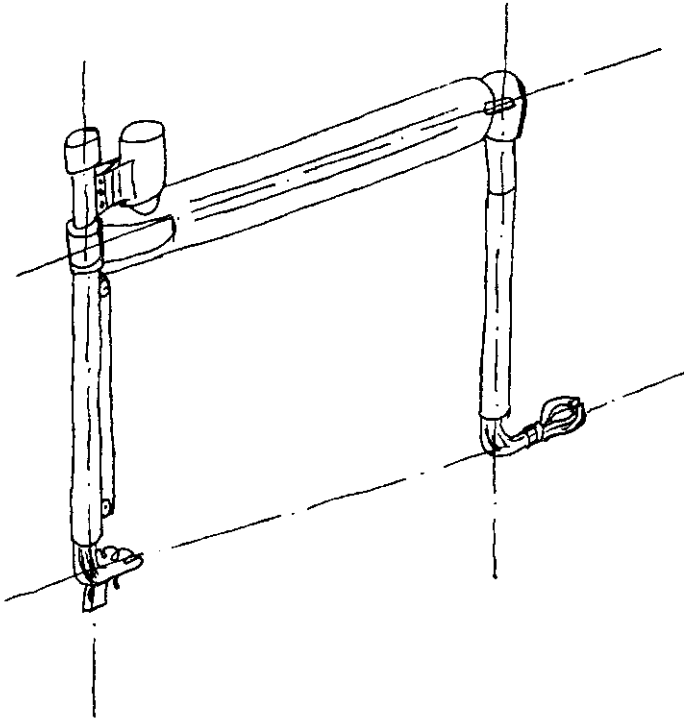


FIG-3 Master-slave modelo ANL-8.

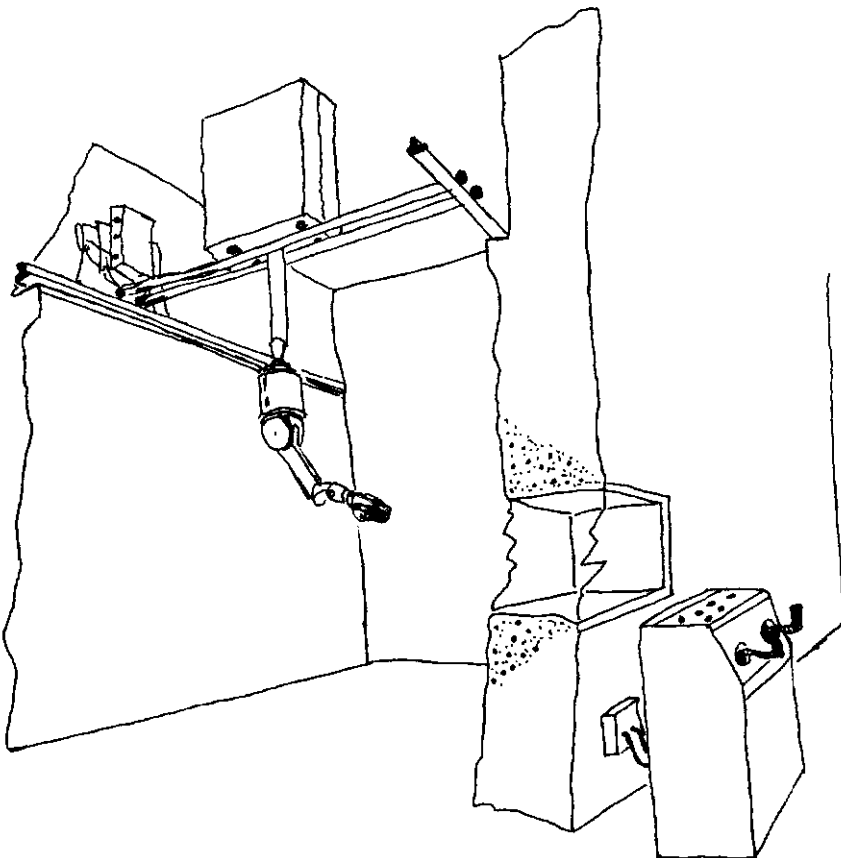


FIG-4 Manipulador articulado.

do desse modo um aumento de autonomia com redução do poder de resolução.

Em alguns manipuladores usa-se um duplo telescópio na extremidade da pinça. Esta extensão extra é acionada por um motor elétrico.

Essas modificações implicam na redução do tamanho total do manipulador. Por outro lado para aumentar a autonomia é necessário tornar os componentes mais robustos. Essa robustez acarretará por sua vez mais inércia ao conjunto e conseqüentemente menor poder de resolução.

Esses manipuladores apresentam basicamente as mesmas características que os anteriores, porém com uma pequena redução na adaptabilidade devido a maior inércia.

3. Manipulador tipo master-slave com servo-controle: como o nome diz é igual ao anterior possuindo, porém, servo-mecanismos para o seu controle e acionamento. Este sistema apresenta algumas vantagens sobre os anteriores pois não há necessidade de grande proximidade entre o operador e a operação. O manipulador pode ser montado em uma unidade móvel para aumentar sua autonomia. A capacidade de carga não é limitada pela capacidade humana. Além dessas vantagens ele possui todas as características do manipulador comum, quais sejam, reflexão de força, versatilidade, naturalidade e adaptabilidade no controle das pinças.

Sua complexidade de controles e mecanismos, entretanto, acarreta um preço excessivo.

Dos três tipos vistos, os dois primeiros são bastante versáteis e adaptáveis, apresentam naturalidade e reflexão de força, entretanto, sua capacidade de carga é reduzida. O terceiro

tipo possui todas essas qualidades e ainda apresenta uma capacidade de carga bem superior, entretanto, devido as suas sofisticações possui um preço muito elevado. Diante disso surgiram modelos mais simples e mais específicos, isto é, restritos a determinadas atividades. Esses tipos custam menos e não seguem o princípio do master-slave, são eles:

4. Manipulador articulado: pode ser construído com qualquer requisito de versatilidade e capacidade de carga. Seu acionamento é eletro-mecânico, pneumático ou hidráulico e o controle situa-se em um painel que pode ser colocado no local mais conveniente (fig. 4).

Com esse tipo de manipulador consegue-se o mesmo número de graus de liberdade do tipo master-slave, portanto, mesma versatilidade. Porém, o ganho em capacidade de carga implica em uma perda parcial da naturalidade e total da reflexão de força e adaptabilidade. Seu acionamento é mais lento e cansativo para o operador do que o master-slave.

5. Manipulador retilíneo: trata-se de pontes rolantes que apresentam um movimento em duas direções, e que têm nela fixados desde um simples guincho até um manipulador articulado desses vistos anteriormente.

Existem também alguns manipuladores bem mais simples, que desenvolvem uma gama bastante variada de atividades, sejam elas específicas ou de apoio aos manipuladores vistos até aqui. São eles:

6. Manipulador com braço articulado: é um manipulador destinado a serviços leves¹. Seu braço constitui-se de corpos cilíndricos, unidos por juntas esféricas, e agregados por quatro cabos de aço diametralmente opostos dois a dois (fig. 5).

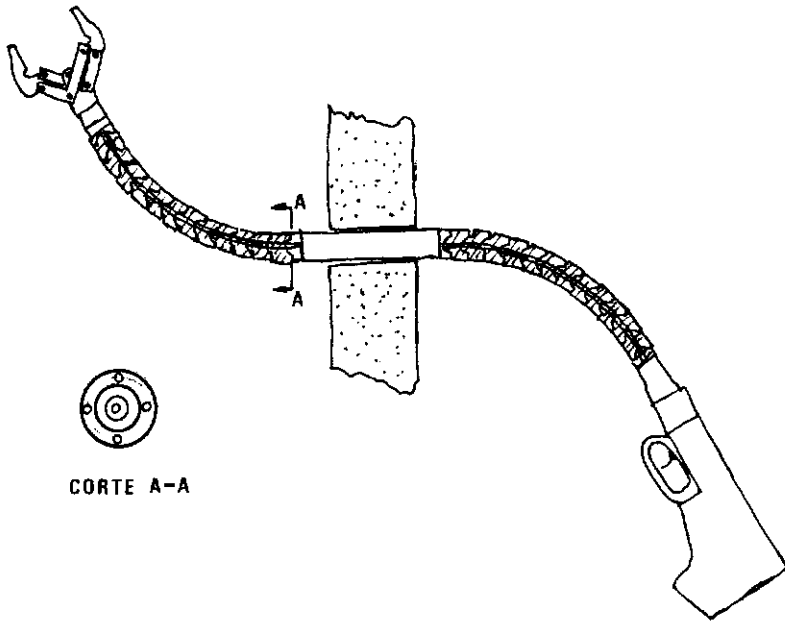


FIG.-5 Manipulador com braço articulado.

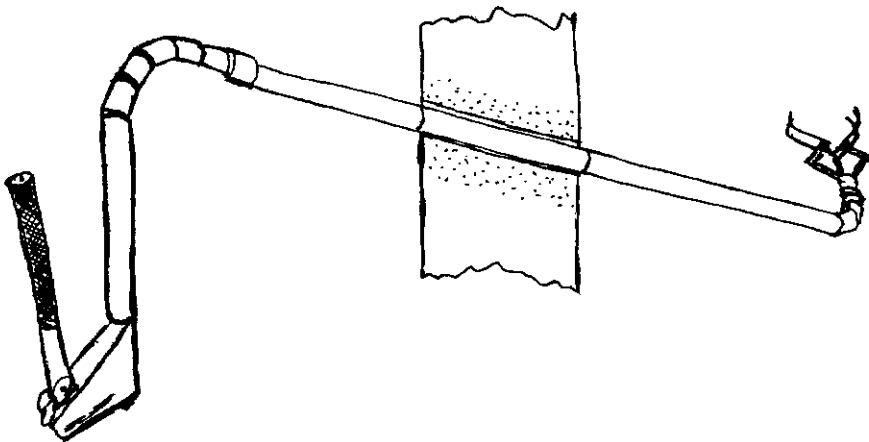


FIG.-6 Manipulador com braço semi-articulado.

Possui uma pinça cujo funcionamento é de abertura e fechamento so mente. O acionamento dessa pinça se dá por um gatilho. Quando da movimentação do braço ocorre um estiramento de um dos cabos e con sequente afrouxamento do que lhe é diametralmente oposto. Esse com portamento se propaga provocando uma movimentação na outra extremi dade, movimento esse que é simétrico em relação a seção central, porém, apresentando um rebatimento.

Seu poder de resolução e sua versatilidade são razoáveis. A adaptabilidade é reduzida. A reflexão de força existe somente em relação ao braço.

Este braço foi o escolhido para ser analisado neste traba lho e temos logo a seguir no capítulo dois uma descrição detalha da de seus componentes e no capítulo três a análise de sua cinemá-tica.

7. Manipulador com braço semi-articulado: este manipula dor também destina-se a serviços leves. Seu braço possui uma se-ção central constituída de um tubo. Nas extremidades desse tubo existem dois trechos articulados, semelhantes, em funcionamento, ao braço anterior. Devido a esses trechos articulados o seu funcionamento assemelha-se a um punho humano, ou seja, as pinças aproxi - mam-se a dos braços (fig.6).

Sua resolução é superior a do braço anterior, entretan-to, sua versatilidade é mais reduzida. Aqui também a reflexão de força refere-se somente ao braço.

8. Manipulador com braço reto e junta esférica: com es-te manipulador podem ser realizados trabalhos mais pesados, do que com o anterior, devido sua maior rigidez⁴. Possui uma seção central reta, como no anterior, onde estão fixadas a manopla e a pin-ça. Esse braço tem como ponto de apoio uma junta esférica, que

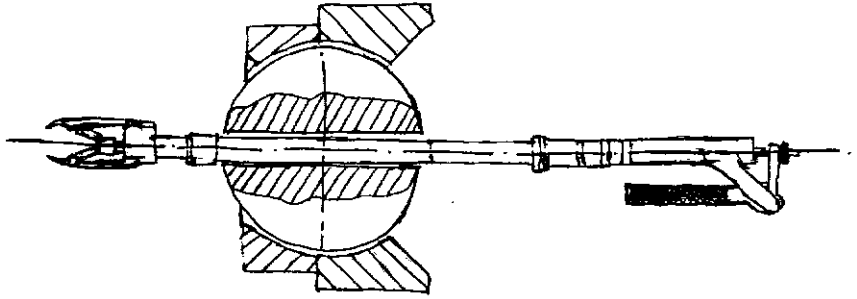


FIG.-7 Manipulador com braço reto.

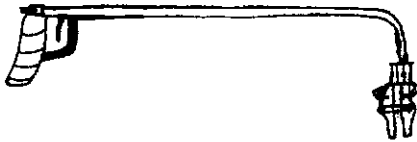


FIG.-8 Manipulador com braço reto simples.

se localiza na parede de proteção. Os graus de liberdade desse manipulador correspondem aos de uma junta esférica. Aciona-se a pinça por meio de um gatilho (fig. 7).

O seu poder de resolução é reduzido pela inércia da junta esférica.

9. Manipulador com braço reto simples: é o tipo de manipulador mais simples que existe. Como o nome diz são manipuladores com braços retos que possuem uma pinça em uma extremidade e um gatilho de acionamento na outra. Sua utilização está restrita a atividades em que somente a distância é suficiente como proteção (fig.8).

Com este último está encerrada a classificação dos manipuladores por tipo.

A seguir serão apresentadas a descrição do braço articulado e a análise de sua cinemática.

CAPITULO II

DESCRIÇÃO DO BRAÇO

Como foi visto no item 1.2. o manipulador com braço articulado originou o braço que é aqui estudado.

Esse braço é composto de seções cilíndricas interconectadas por juntas esféricas e agregadas por quatro cabos de aço (fig. 9.a).

Partindo dessa idéia básica ve-se logo de início a necessidade de que as sedes dessas juntas sejam suficientemente profundas para que o braço possua resistência ao cisalhamento.

Foram adotadas sedes cônicas com ângulo de 45° que se mostraram satisfatórias ao longo dos testes (fig. 9).

Inicialmente adotou-se uma junta em que o centro geométrico coincidia com o centro de rotação. Isso deu origem a um problema de instabilidade do conjunto em relação a sua posição de equilíbrio. Esse problema será analisado no capítulo quatro (fig. 10a).

Após esse estudo foi adotada uma junta cujo centro de rotação localiza-se fora do centro geométrico. Desse modo o problema de instabilidade foi resolvido (fig. 10b).

Obviamente desenvolve-se atrito nesse braço. Existem dois locais onde ele é maior: nas juntas esféricas e no contato do cabo de aço com os elementos cilíndricos (fig. 11). Esses problemas serão estudados no capítulo cinco.

Como se ve na (fig. 12) o braço constitui-se de alguns componentes básicos:

1. Seção cilíndrica central.
2. Elementos comuns.

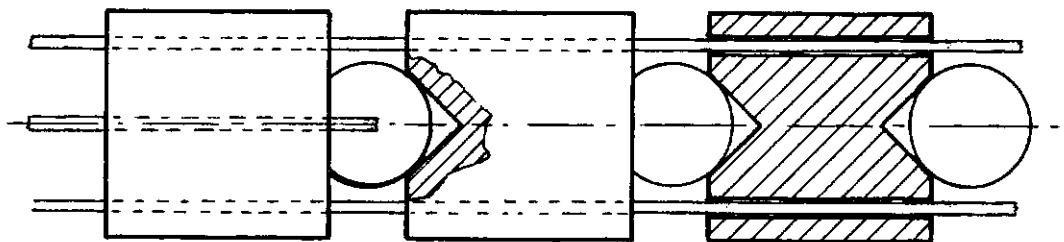
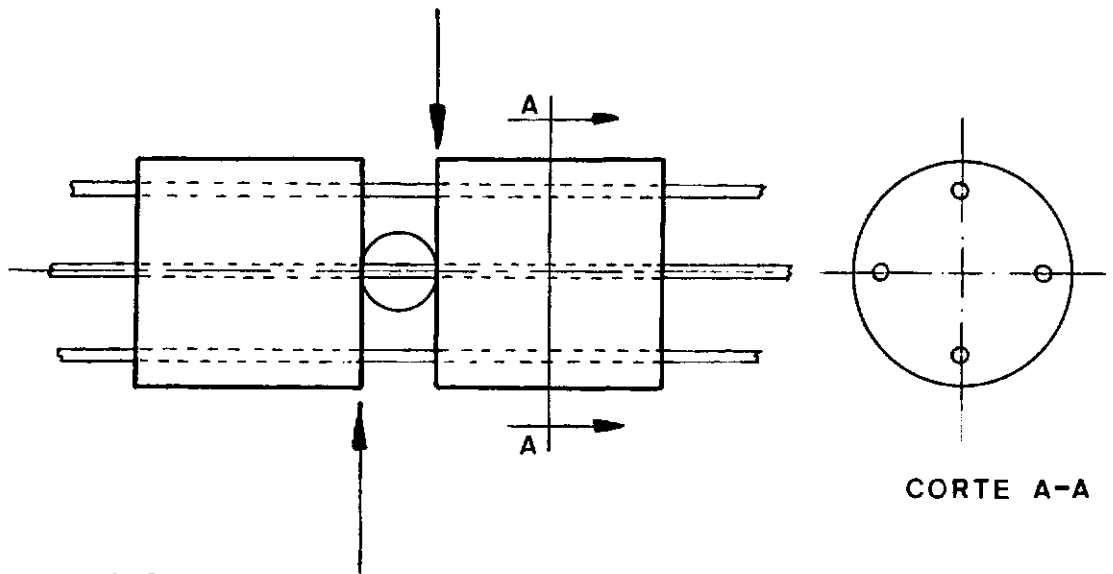


FIG-9 Junta esférica com sede cônica.

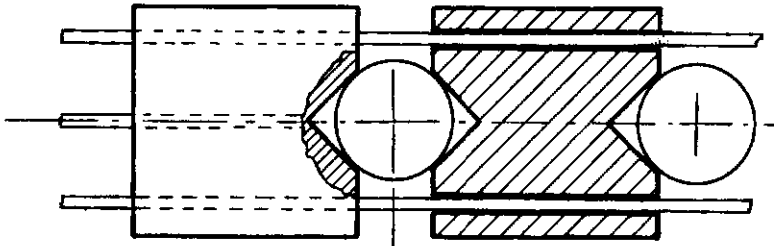


FIG-10a

C.G.M. \equiv C.R.

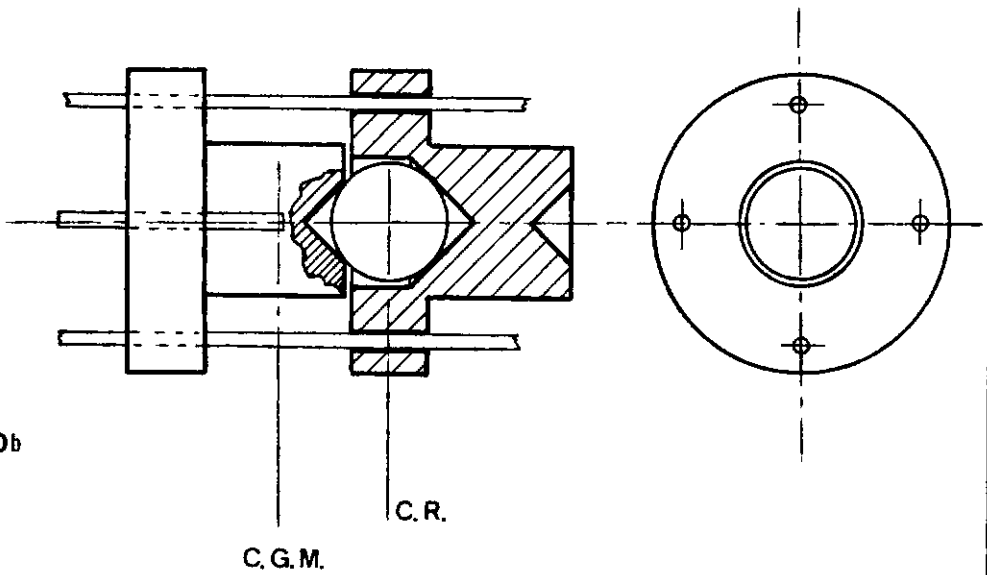
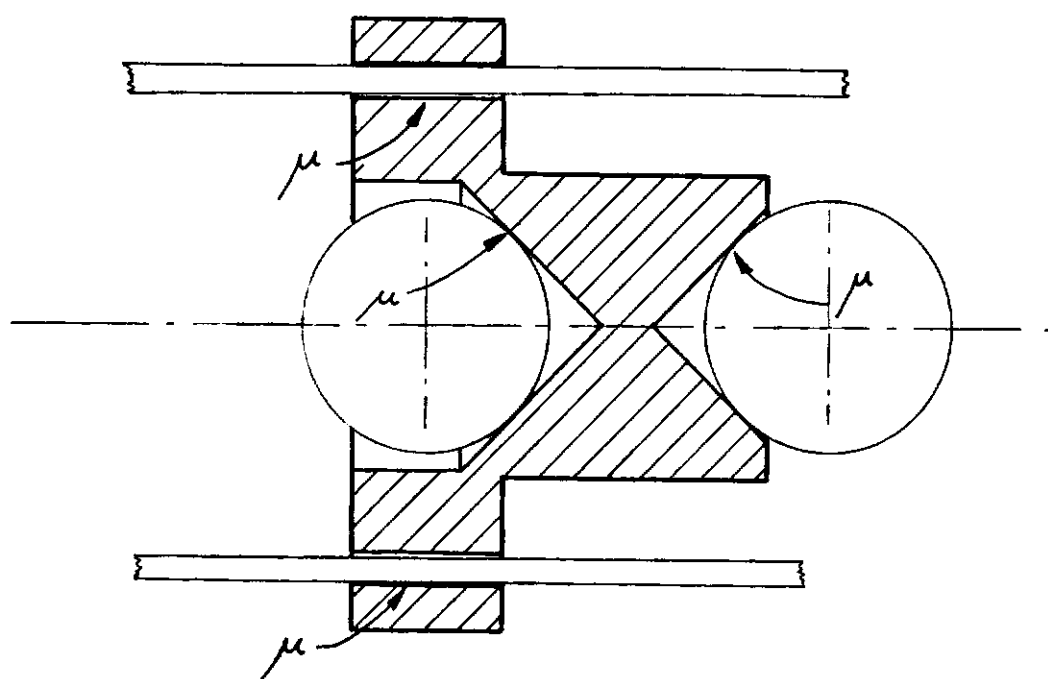


FIG-10b

C.G.M.

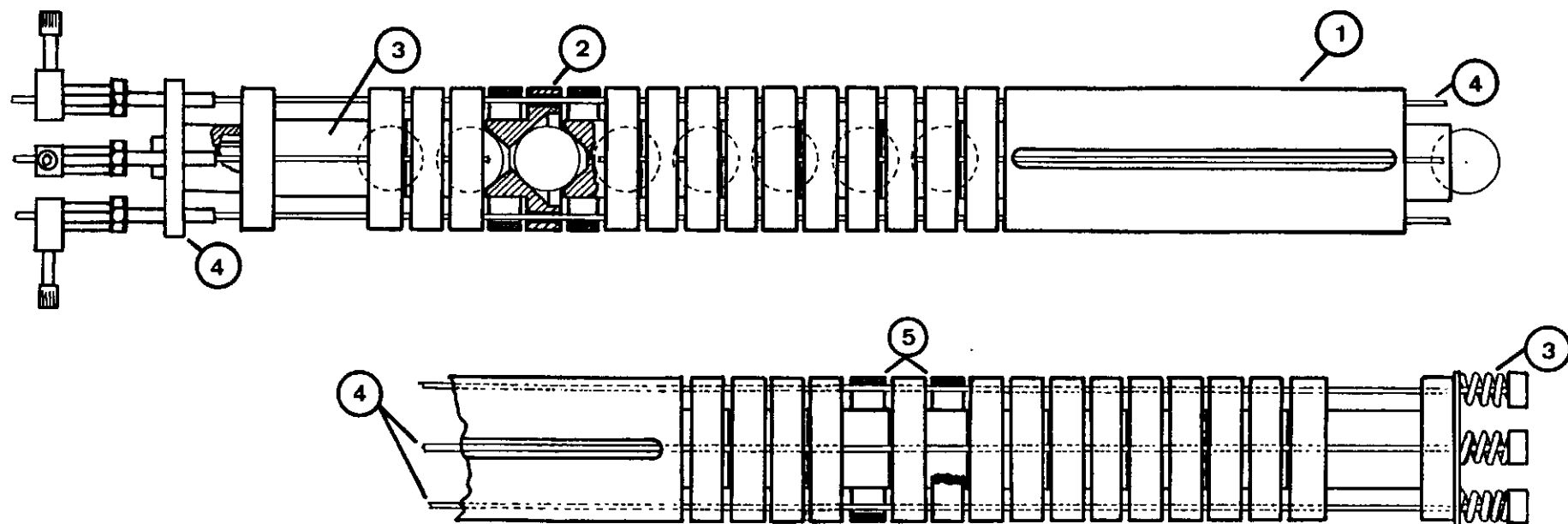
C.R.

FIG-10 Evolução da junta esférica.



μ = Coeficiente de atrito

FIG-11 Locais onde existe atrito.



- ① SECÃO CENTRAL (ver figura 14).
- ② ELEMENTOS CILINDRICOS COMUNS (ver figura 15)
- ③ ELEMENTOS DAS EXTREMIDADES E SISTEMA DE MOLAS (ver figura 16)
- ④ CABOS DE AÇO E SISTEMA REGULADOR DE TENSÃO (ver figura 13)
- ⑤ LIMITADOR DE ANGULOS (ver figura 17)

FIG-12 Aspecto do protótipo.

3. Elementos das extremidades.
4. Cabos de aço agregantes.
5. Limitadores de ângulos.

Os cabos de aço estão dispostos ao longo de todo o braço. Atravessam todos os elementos atravessando os orifícios a eles destinados e possuem nas extremidades um sistema de molas e calibradores que permitem a fixação de suas tensões iniciais (fig. 13). As molas possuem uma rigidez conhecida.

A seção central é cilíndrica e alongada. Destina-se a fixação do braço (fig.14). Logicamente os cabos de aço a atravessam e ela funciona como uma divisória entre a metade do braço que está sofrendo a ação e a metade que está reproduzindo o movimento.

O protótipo estudado constitui-se de uma seção central com oito elementos comuns de cada lado mais um elemento em cada extremidade.

Os elementos comuns são o resultado de um desenvolvimento paralelo a solução do problema de estabilidade das juntas esféricas. Como mostra a figura 10, eles evoluíram a partir de simples cilindros para essa forma final (fig.15) que visa deslocar o centro de rotação da junta para fora do centro geométrico. Nas juntas são utilizadas esferas de rolamentos devido a perfeição de sua forma.

Os elementos das extremidades apresentam um tamanho maior pois servem para a fixação do sistema de pré-tensionamento dos cabos de aço (fig.16).

Os limitadores de ângulos são anéis colocados nas juntas de modo a limitar o giro máximo de cada junta esférica (fig.17) Com isso consegue-se uma maior uniformidade no flexionamento de braço.

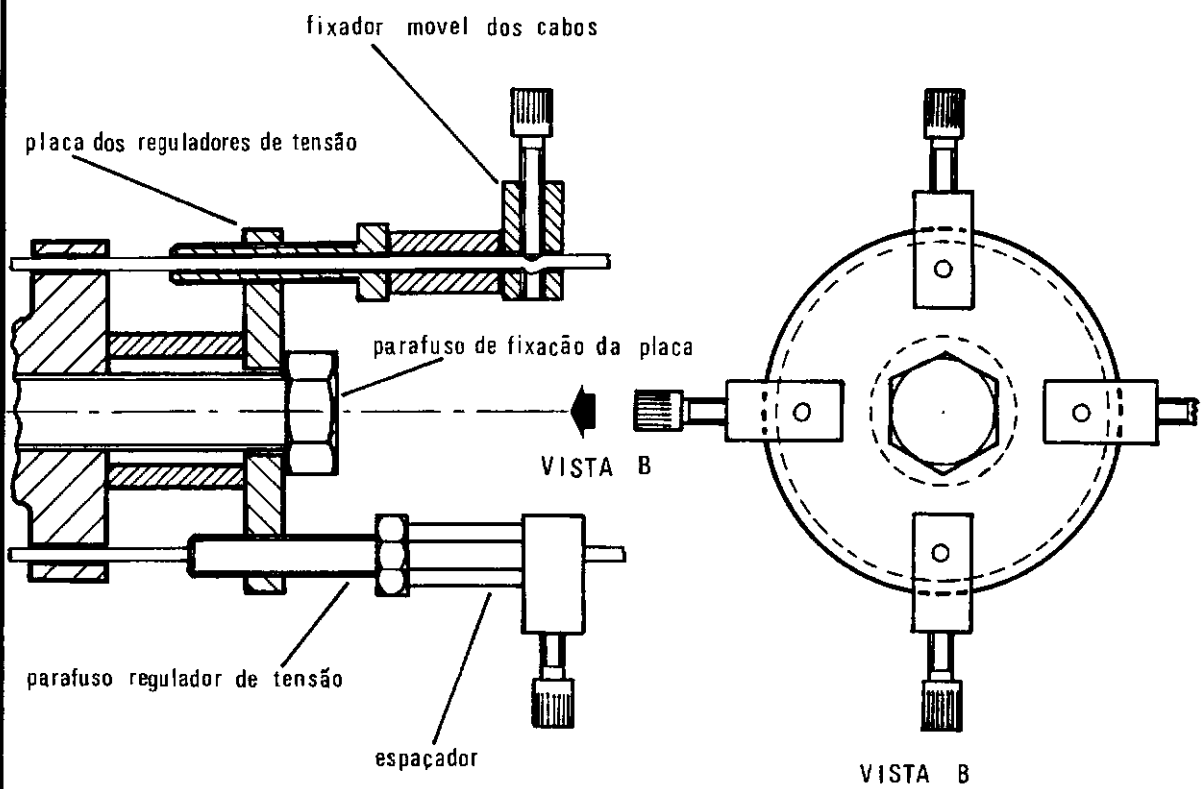
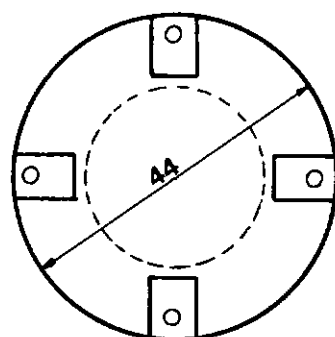
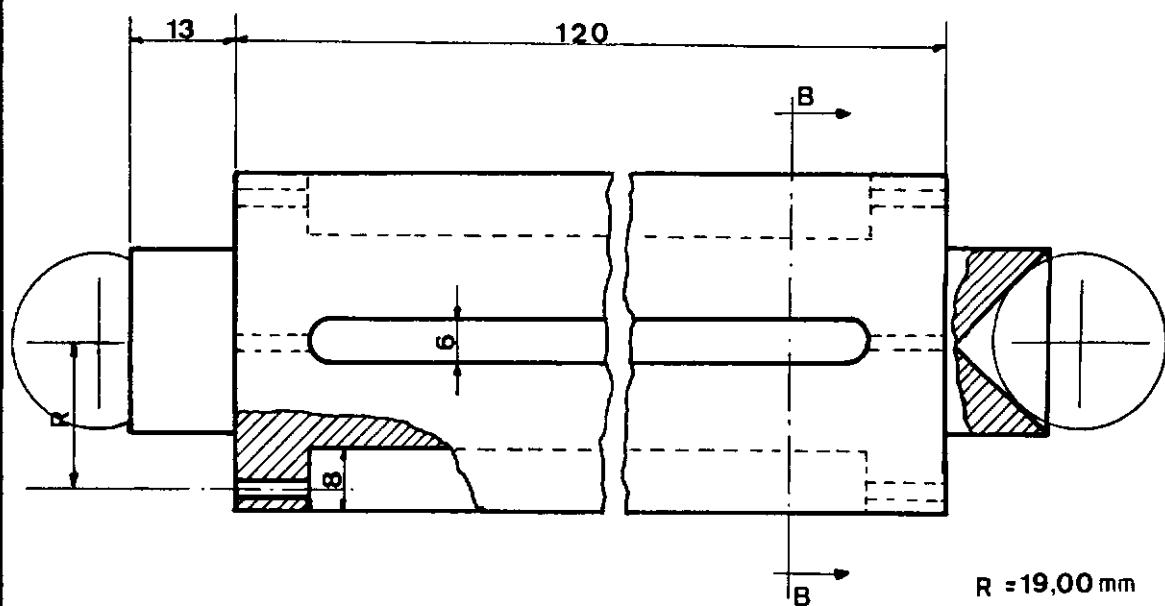
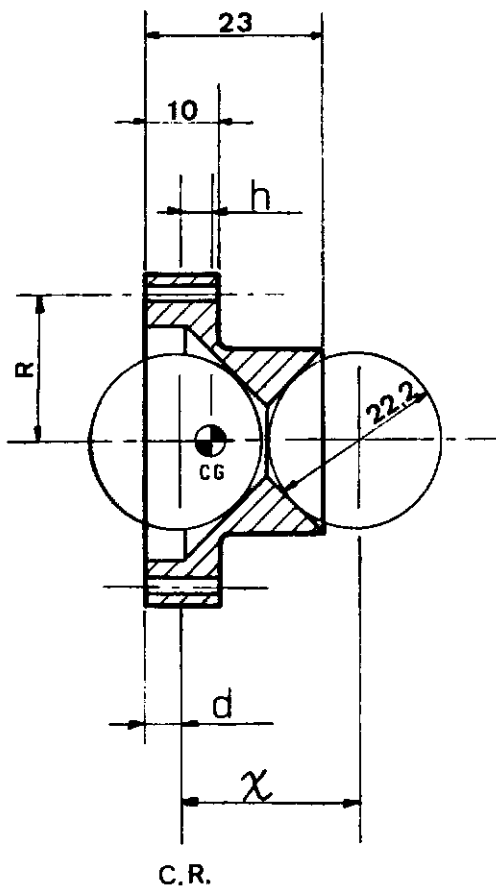


FIG: 13 Regulador de tensão nos cabos.

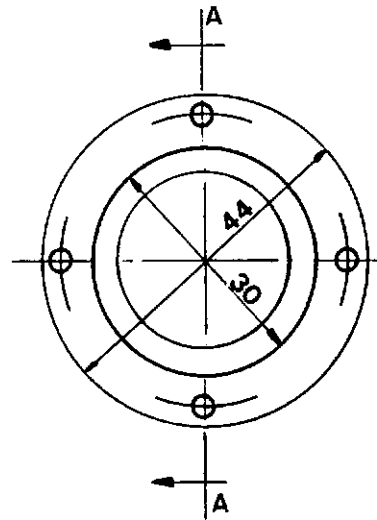


CORTE B-B

FIG: 14 Seção central.



CORTE A-A



$$R = 19,00 \text{ mm}$$

$$d = -5,37 \text{ mm}$$

$$h = 9,59 \text{ mm}$$

$$\chi = 23,30 \text{ mm}$$

FIG-15 Elemento cilíndrico comum com junta esférica.

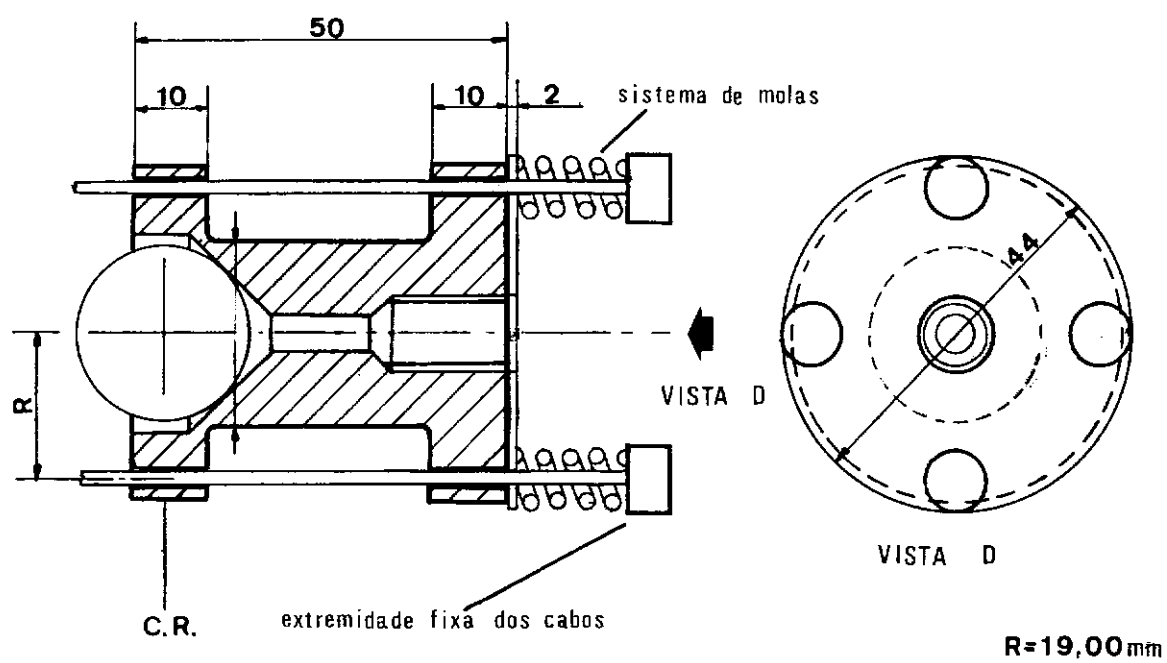


FIG-16 Elemento da extremidade e sistema de molas.

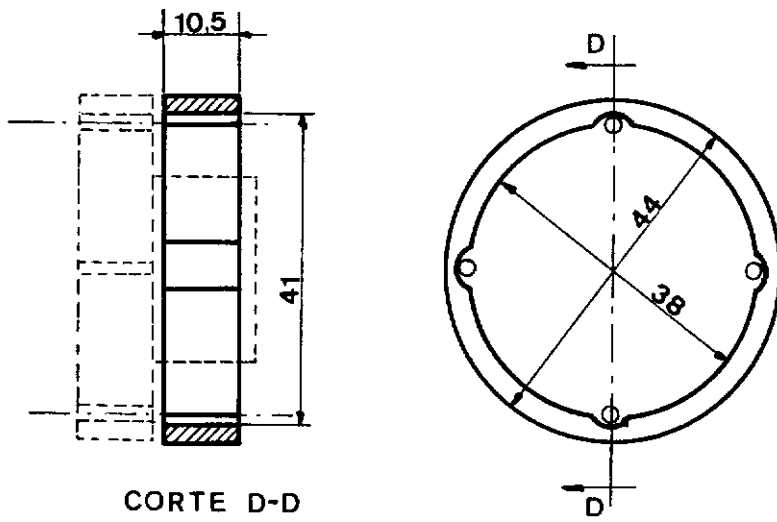


FIG- 17 Limitador de ângulo de giro.

O material empregado no protótipo foi alumínio.

CAPITULO III

CINEMÁTICA DO BRAÇO

Para efeito de análise cinemática supõe-se que o braço (fig. 12) está posicionado em um sistema de coordenadas (X, Y, Z) ao longo do eixo X . Sua seção central está em princípio localizada na origem dos eixos coordenados (fig. 18a).

O braço é normalmente preso através de sua seção central. Esse tipo de fixação apresenta dois graus de liberdade, quais sejam, deslocamento ao longo do eixo X e rotação em torno desse mesmo eixo.

III.1. Funcionamento do braço.

O seu funcionamento se processa do seguinte modo:

Flexionando, por exemplo, a extremidade B para baixo (fig. 18b) ocorrerão dois movimentos nos cabos de aço que estão nas posições superior e inferior. O cabo superior sofrerá um estiramento e o inferior um afrouxamento. Como é demonstrado, ainda na (fig. 18b), esses movimentos dos cabos se transmitem para a outra extremidade do braço. Portanto, a extremidade A sofrerá um flexionamento para cima. O cabo superior, que foi estirado na esquerda, tende a se acomodar diminuindo o comprimento de sua metade direita. O cabo inferior sofre um processo contrário, ou seja, afrouxamento na esquerda e conseqüentemente aumento de seu comprimento na direi

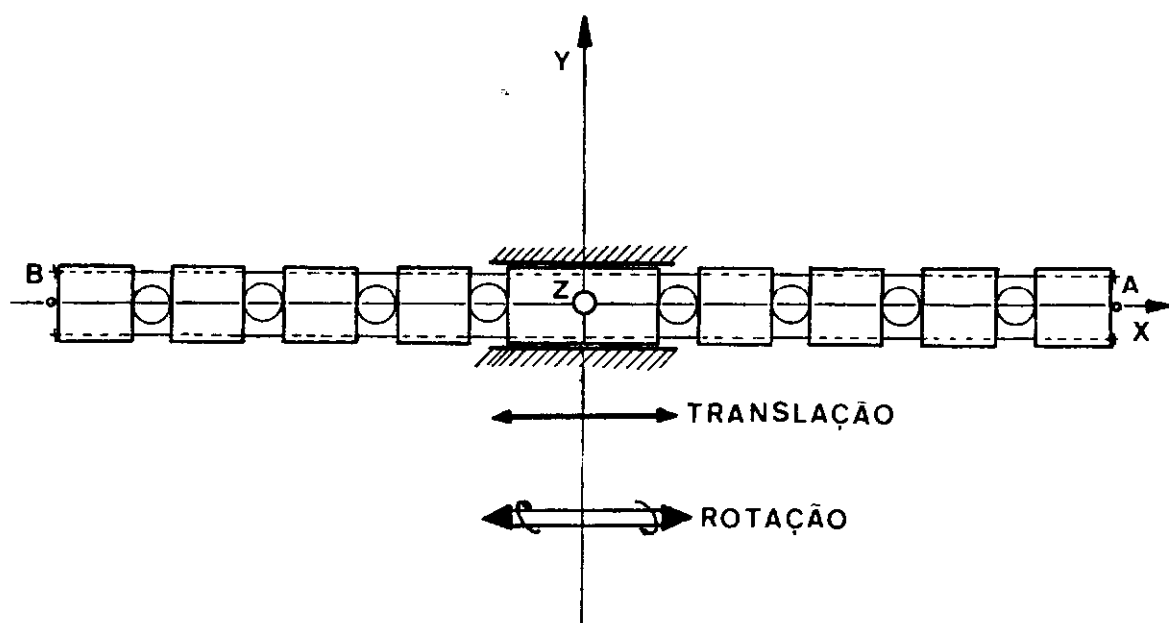


FIG.-18a Graus de liberdade da seção central.

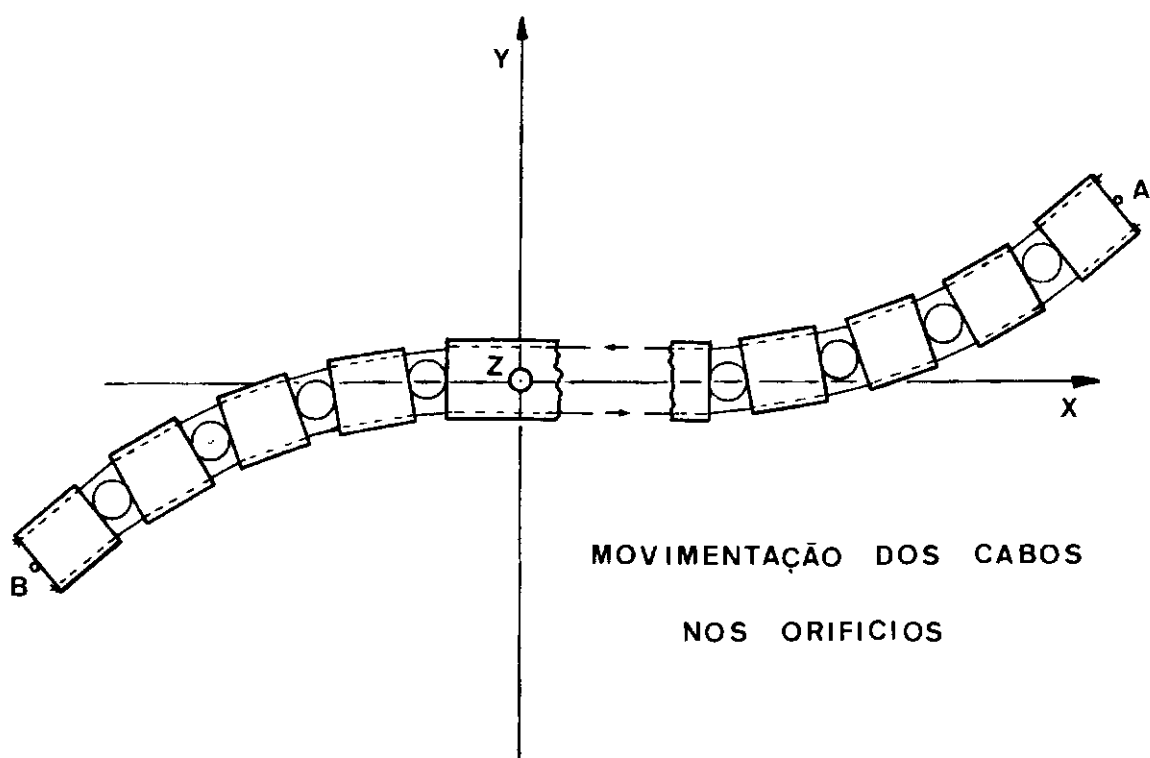


FIG-18_b Funcionamento do braço.

ta, vindo, portanto, auxiliar o flexionamento da extremidade direita para cima.

Como deve ter ficado claro existe uma simetria em relação ao ponto médio do braço. Qualquer movimento executado em uma extremidade é reproduzido pela outra, sempre dentro dessa simetria existente.

III.2. Graus de liberdade.

A seguir estão os graus de liberdade deste braço, que são em número de cinco. Esta análise segue o conceito de versatilidade de um braço visto em (I.1). As considerações se referem sempre a extremidade do braço.

São êles:

III.2.1. Translação em X: é um movimento decorrente do modo como a seção central é fixada (fig. 18a).

III.2.2. Translação em Y: não é uma translação perfeita, mas sim um arco de circunferência (fig. 19a). Pode ser conseguida flexionando o braço no plano X-Y.

III.2.3. Translação em Z: não é uma translação perfeita, como no parágrafo anterior é um arco de circunferência (fig. 19b). Pode ser conseguida flexionando o braço no plano X-Z.

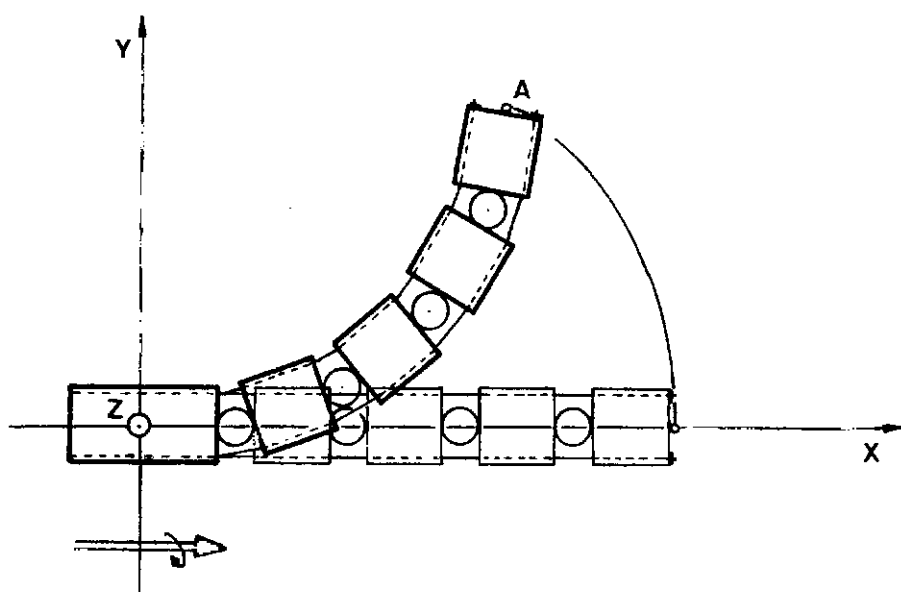


FIG-19a Flexão em X-Y

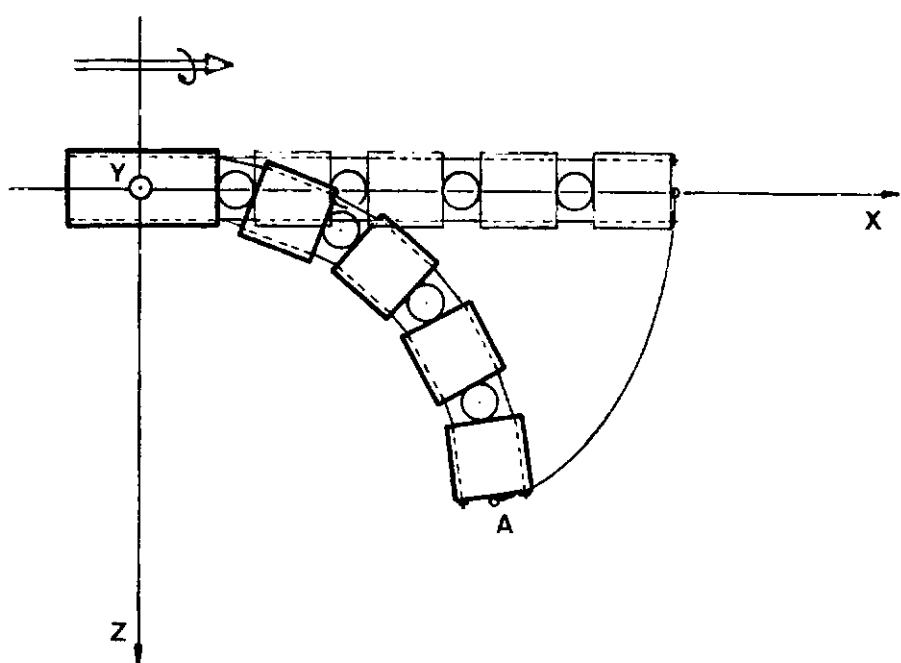


FIG-19b Flexão em X-Z

III.2.4. Rotação ao longo do eixo longitudinal: esse movimento rotacional é permitido pelo tipo de fixação da seção central. Ao se girar uma extremidade em torno de seu eixo longitudinal, essa rotação se propagará ao longo do braço para a outra extremidade (fig. 20).

III.2.5. Rotação em torno da seção central: esse movimento também é permitido pelo modo de fixação da seção central. Estando o braço flexionado pode-se aplicar uma rotação em torno da seção central fazendo com que a extremidade percorra uma circunferência (fig.21).

Todas as análises de graus de liberdade e logo a seguir de movimentos possíveis referem-se a extremidade do braço. A razão dessa referência é que o estudo do braço sempre leva em conta o seu possível desempenho em um manipulador. Nesse caso seria adaptada uma pinça em sua extremidade e os movimentos que interessariam diretamente seriam os possíveis de serem executados pela pinça.

III.3. Movimentos possíveis.

Tendo analisado os graus de liberdade existentes é possível analisar algumas composições de movimentos possíveis.

1. A translação em X é possível com o braço em qualquer configuração como mostrado em (III.2.1.)
2. A translação em Y também pode ser conseguida com

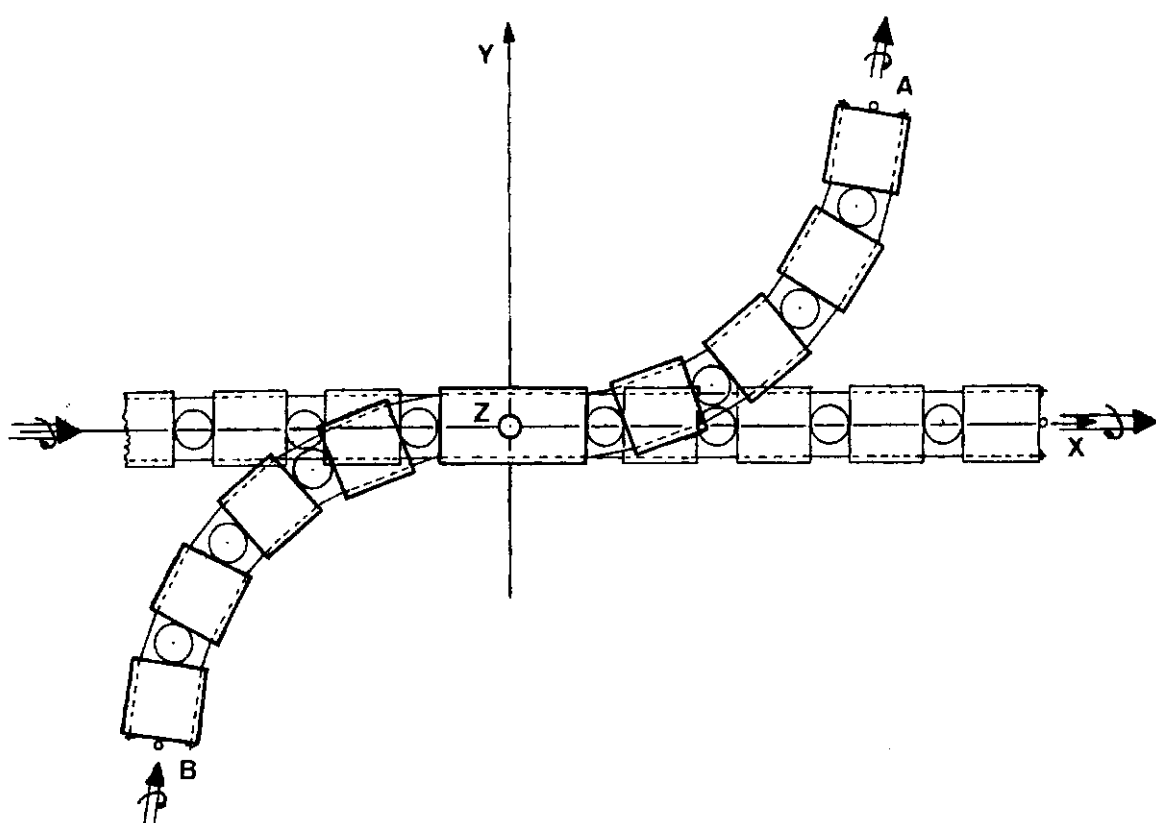


FIG-20 Torção longitudinal do braço.

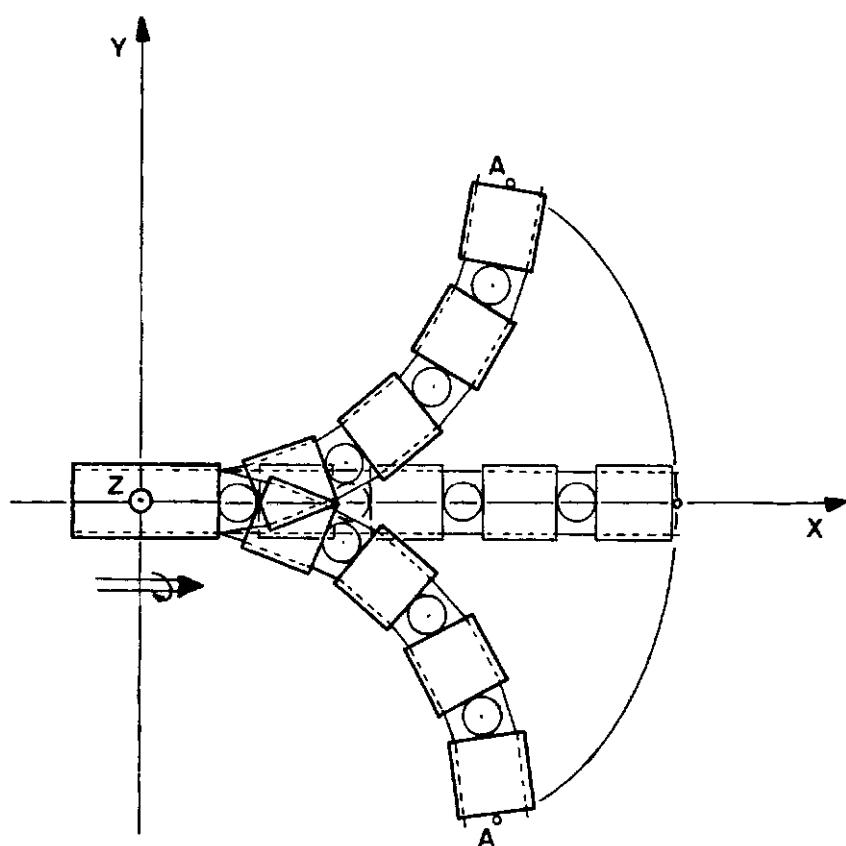


FIG-21 Torção em torno da seção central.

perfeição se for feita uma associação entre a translação em X vista em (III.2.1.) e o arco de circunferência visto em (III.2.2) (fig.22).

3. A translação em Z se comporta do mesmo modo que em Y, ou seja, associam-se a translação em X(III.2.1) com o movimento visto em (III.2.3) (fig.22).

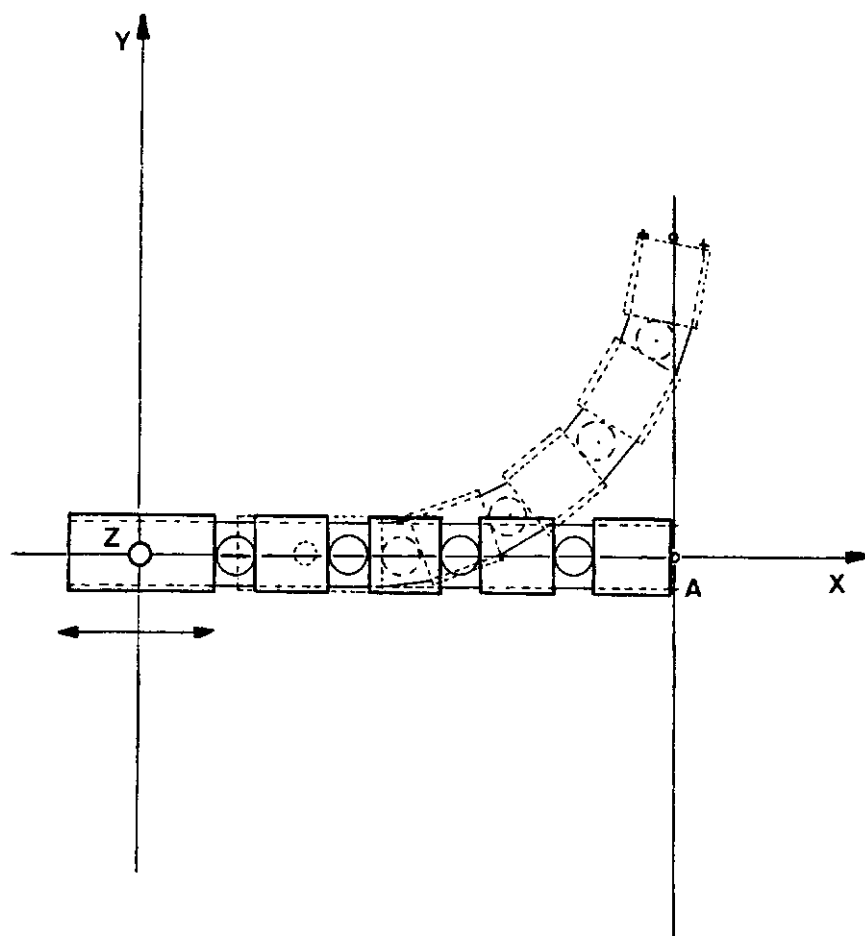
Com essas duas considerações anteriores conclui-se que podem ser executadas tarefas que necessitem de uma translação em qualquer um dos três eixos. Entretanto, as amplitudes dos movimentos não podem ser muito grandes pois a translação permitida pela seção central é limitada.

4. Pode-se flexionar o braço no plano X-Y, como em (III.2.2), e aplicar uma rotação em torno da seção central, como em (III.2.5). Com isso se consegue que a extremidade percorra uma circunferência.

5. Pode-se flexionar o braço no plano X-Z, como em (III.2.3), e também aplicar uma rotação em torno da seção central, (III.2.5). Aqui também a extremidade percorrerá uma circunferência, porém o resultado final é diferente do anterior.

6. O braço pode ser flexionado em qualquer plano intermediário entre X-Y e X-Z. Pode-se também aplicar uma rotação em torno da seção central e novamente se terá a extremidade percorrendo uma circunferência.

7. Se forem considerados cada um dos três movimentos anteriores em particular, ou algumas combinações entre eles, pode-se chegar a conclusão que a extremidade do braço pode percorrer todos os pontos de uma calota aproximadamente esférica (fig.21). A geratriz dessa calota é função dos limitadores de ângulos, pois eles estabelecem qual o ângulo máximo permitido a cada junta e des



PARA TRANSLAÇÃO EM Z,

MOVIMENTO ANALOGO NO PLANO X-Z

FIG.-22 Translação em Y ou Z.

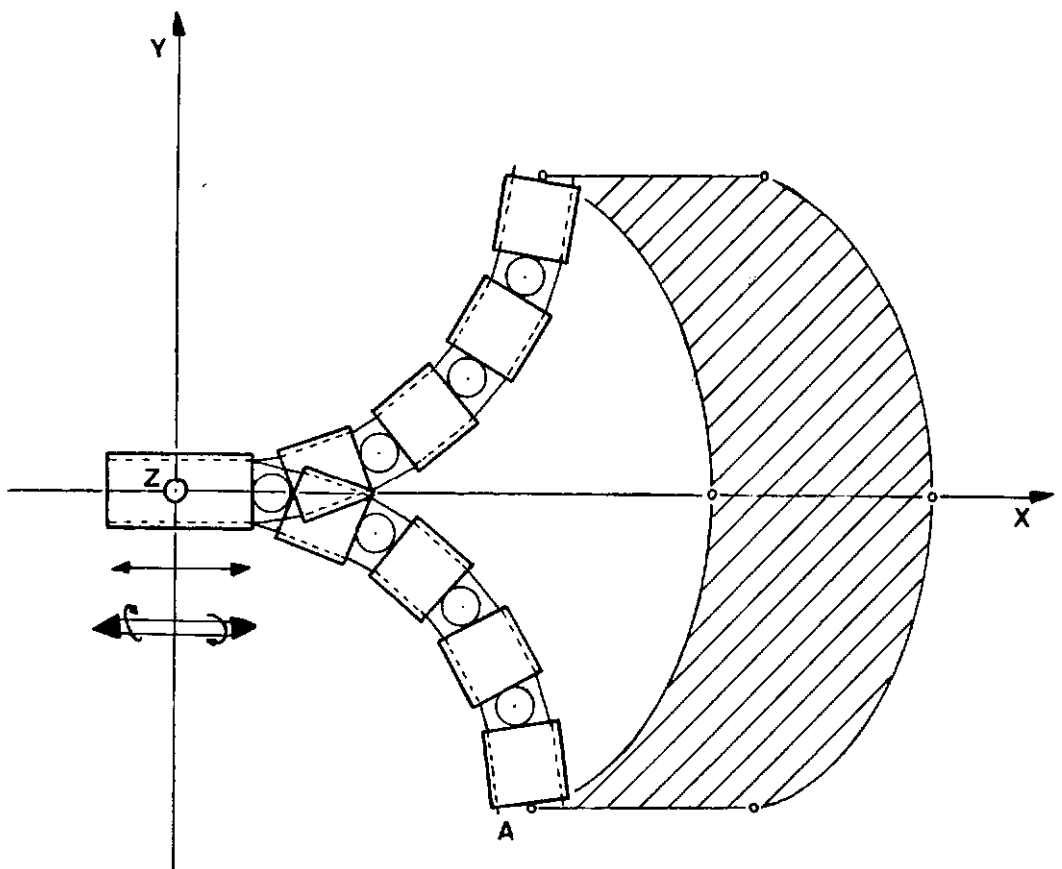


FIG-23 Volume cilíndrico limitado por calotas esféricas.

se modo qual o alcance da extremidade do braço.

8. Ao se fazer a associação entre o movimento anterior e a translação em X permitida pela seção central conclui-se que a extremidade do braço pode percorrer todos os pontos de um volume cilíndrico limitado por calotas esféricas (fig. 23).

9. A partir do movimento de rotação em torno do eixo longitudinal visto em (III.2.4) seria possível, desde que o movimento fosse corretamente executado, verter-se um líquido decantado, abrir um trinco, etc. Essas ações implicam em um movimento de rotação da extremidade do braço e não exigem uma adaptabilidade muito grande (fig. 20).

CAPITULO IV

PROBLEMA DO CENTRO DE ROTAÇÃO DA JUNTA ESFÉRICA

Na análise da junta esférica devem ser ressaltados alguns pontos que visam facilitar a abordagem do problema.

- Primeiramente para efeito de análise da junta em relação ao equilíbrio estático será considerado que o braço, como na (fig. 18a), encontra-se localizado em um sistema de coordenadas (X, Y, Z), ao longo do eixo X e com sua seção central fixada na origem do sistema. Sua possibilidade de movimento restringe-se ao plano X-Y.

- A aceleração da gravidade atua no sentido contrário ao do eixo Y.

- O braço é simétrico axialmente em relação ao eixo X. Como foi citado no capítulo III, ele também é simétrico em relação a sua seção central, apresentando n juntas esféricas idênticas de cada lado.

- Ainda com relação a sua possibilidade de movimentação, como já foi citado no item (III.1), todos os movimentos realizados em uma extremidade são reproduzidos pela outra.

Estando estabelecidos esses parâmetros iniciais, serão feitas, a seguir, algumas hipóteses simplificadoras:

1. Como para efeito de análise da junta, quanto ao equilíbrio estático, restringiu-se o movimento ao plano X-Y e a seção central foi considerada fixada, sem possibilidade de rotação ou translação; então, será considerado por hipótese que os elementos

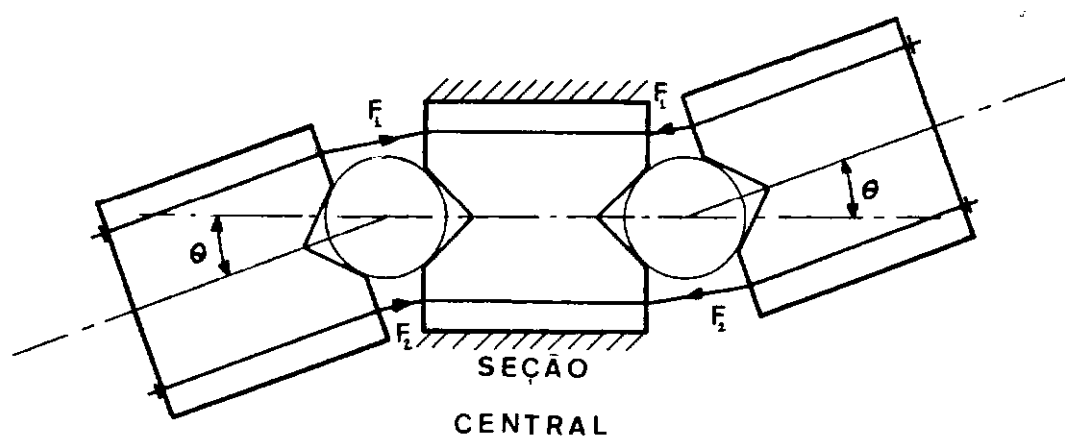


FIG.-24 Propagação das forças ao longo dos cabos.

comuns são bidimensionais.

2. Os cabos de aço estão fixados nas extremidades do braço e são considerados inextensíveis.

3. Não há atrito entre os cabos e os seus orifícios de passagem. Nas juntas esféricas também não há atrito.

4. Como não existe atrito as forças de sustentação e movimentação do braço se propagam de modo uniforme ao longo dos cabos, sendo iguais em qualquer ponto dos mesmos (fig. 24).

5. Como se observa na (fig.25) para que haja o equilíbrio estático o momento criado pelo peso dos elementos comuns deve ser contrabalançado pelas forças F_1 e F_2 . Em princípio seria suficiente F_1 para equilibrar o sistema, porém, levando em conta a possibilidade de flexionar o braço em qualquer direção, tem de haver equilíbrio entre as tensões iniciais dos dois cabos de aço.

6. Sendo as juntas idênticas, o braço simétrico em relação a seção central e considerando que as forças atuantes nos cabos são as mesmas em qualquer ponto do braço, então, esta análise se restringe a uma junta esférica onde supõe-se que o elemento situado a esquerda está fixo e o que está a direita procura encontrar sua posição de equilíbrio (fig. 26).

IV.1. Análise geométrica.

Serão estudadas a seguir as coordenadas que definem a geometria de uma junta esférica (fig. 27):

eixos de coordenadas fixos no centro de rotação

Índice 1 = refere-se ao cabo superior.

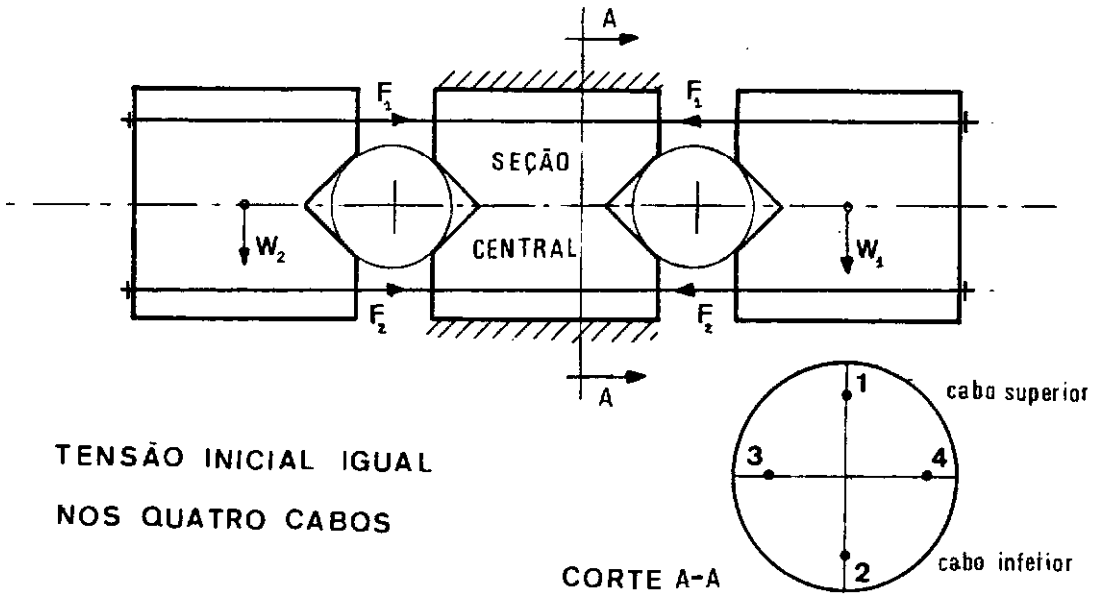


FIG-25 Equilíbrio estático.

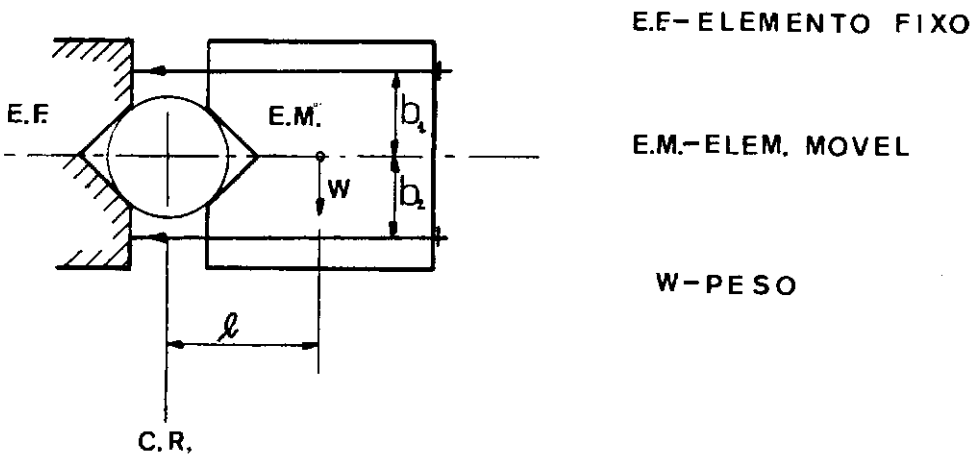


FIG-26 Análise de um elemento.

Índice 2 = refere-se ao cabo inferior.

E.M. = elemento móvel.

E.F. = elemento fixo.

C.G.M. = centro geométrico da junta, ou ponto equidistante dos orifícios de saída e entrada dos ca bos nos elementos.

C.R. = centro de rotação da junta.

R = raio de localização dos cabos de aço em rela ção ao eixo longitudinal.

D = distância entre elementos. $D = \Omega + d$

Ω = distância entre o E.F. e o C.R.

d = distância do C.R. ao E.M., orientação coincidente com o eixo X.

A_1 = orifício de saída do cabo superior no E.F.

A_2 = orifício de saída do cabo inferior no E.F.

B_1 = orifício de entrada do cabo superior no E.M.

B_2 = orifício de entrada do cabo inferior no E.M.

r = distância do C.R. até os orifícios B_1 e B_2 .

$$r = [R^2 + d^2]^{1/2}$$

ϕ = ângulo que depende da geometria, origem no ei xo Y e orientação no sentido horário

$$\phi = \arctg \left(\frac{d}{R} \right)$$

Na (fig.28) estão definidas mais algumas coordenadas que dizem respeito a junta quando esta sofre um giro de um ângulo θ :

θ = ângulo de giro do elemento móvel, origem no eixo X e orientação no sentido horário.

ℓ = comprimento inicial dos cabos ($\theta = 0^\circ$).

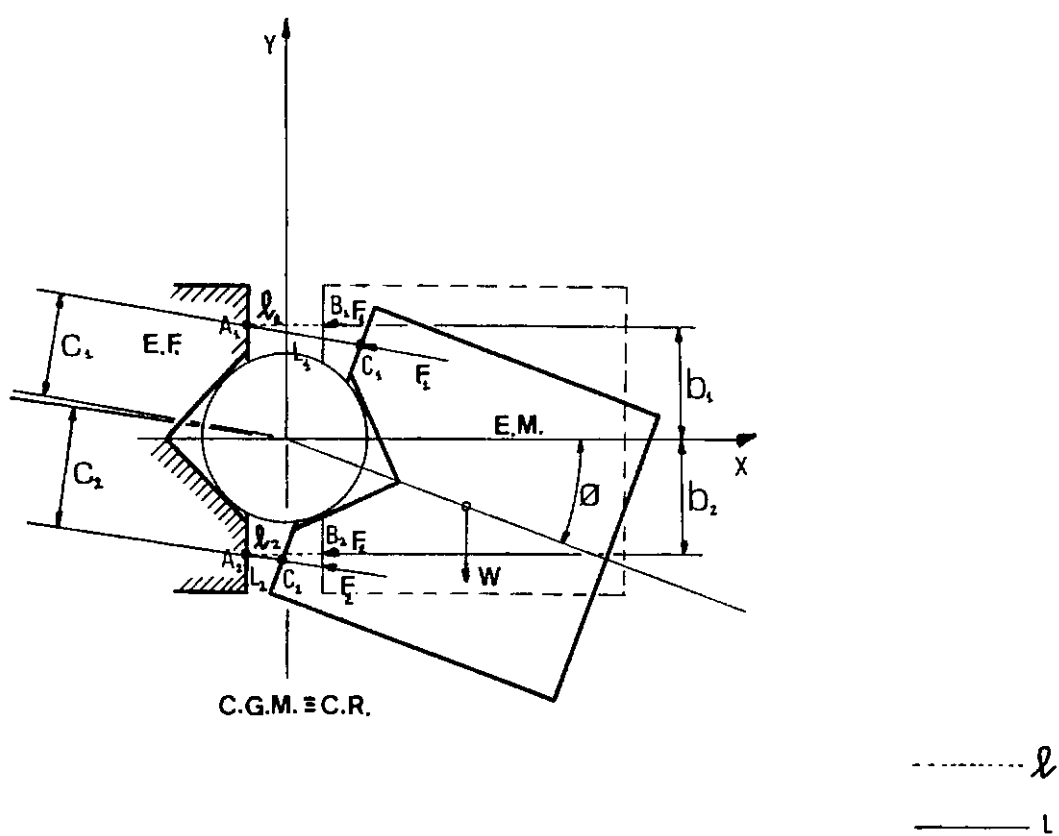


FIG.- 28 Rotação da junta esférica.

- L = comprimento final dos cabos após um giro de θ graus.
 A = orifícios de saída dos cabos no E.F..
 B = orifícios de entrada dos cabos no E.M. ($\theta=0^\circ$).
 C = orifícios de entrada dos cabos para um giro de θ graus.
 b = distância da linha de ação das forças até o C.R. ($\theta=0^\circ$; $b=R$).
 c = distância da linha de ação das forças até C.R. para um giro de θ graus.

Como se ve na (fig.28) as forças F_1 e F_2 causarão momentos em relação ao C.R.. Momento esse que será responsável pelo equilíbrio estático do conjunto. Com a rotação do elemento móvel ocorrerá uma variação na distância entre a linha de ação das forças e o C.R. alterando desse modo o momento equilibrador do sistema.

IV.2. Equacionamento da junta esférica.

Será equacionado a seguir o comportamento do comprimento dos cabos e da distância da linha de ação das forças até o C.R., quando a junta é submetida a um giro de θ graus (fig. 28).

A partir dos pontos:

$$A_1 = (-\Omega, R) \quad ; \quad A_2 = (-\Omega, -R) \quad (IV-1)$$

$$C_1 = (r \sin (\phi+\theta), r \cos (\phi+\theta)) \quad (IV-2)$$

$$C_2 = (r \sin(\phi - \theta), -r \cos(\phi - \theta)) \quad (VI-3)$$

Sendo a junta simétrica em relação ao seu eixo longitudinal é possível analisar somente as equações correspondentes a metade superior, ou seja, para um ângulo maior que zero graus. Para a metade inferior bastará adotar um ângulo de mesmo valor θ , porém negativo.

Da geometria analítica chega-se a:

$$L_1 = \left[\left[(r \sin(\phi + \theta) + \Omega)^2 + (r \cos(\phi + \theta) - R)^2 \right]^{1/2} \right] \quad (IV-4)$$

lógicamente

$$L_2 = \left[\left[(r \sin(\phi - \theta) + \Omega)^2 + (r \cos(\phi - \theta) - R)^2 \right]^{1/2} \right] \quad (IV-5)$$

Do mesmo modo chega-se a:

$$C_1 = \left[\frac{-Rr \sin(\phi + \theta) - \Omega r \cos(\phi + \theta)}{\left[(r \sin(\phi + \theta) + \Omega)^2 + (r \cos(\phi + \theta) - R)^2 \right]^{1/2}} \right] \quad (IV-6)$$

e também

$$C_2 = \left[\frac{-Rr \sin(\phi - \theta) - \Omega r \cos(\phi - \theta)}{\left[(r \sin(\phi - \theta) + \Omega)^2 + (r \cos(\phi - \theta) - R)^2 \right]^{1/2}} \right] \quad (IV-7)$$

IV.3. Análise do comportamento da junta.

Inicialmente pensou-se numa solução em que o C.G.M.co-incidisse com o C.R. como na (fig.29a), ou seja, para um ϕ maior que zero graus. Para essa situação é possível simplificar as equações vistas anteriormente. Chega-se a:

$$L_1 = \left| [\ell_1^2 + 2(R^2 - \Omega d)(1 - \cos\theta) + 2RD \sin\theta]^{1/2} \right| \quad (IV-8)$$

$$L_2 = \left| [\ell_2^2 + 2(R^2 - \Omega d)(1 - \cos\theta) - 2RD \sin\theta]^{1/2} \right| \quad (IV-9)$$

$$c_1 = \left| \frac{-DR \cos\theta - (R^2 - \Omega d) \sin\theta}{[\ell_1^2 + 2(R^2 - \Omega d)(1 - \cos\theta) + 2RD \sin\theta]^{1/2}} \right| \quad (IV-10)$$

$$c_2 = \left| \frac{-DR \cos\theta + (R^2 - \Omega d) \sin\theta}{[\ell_2^2 + 2(R^2 - \Omega d)(1 - \cos\theta) - 2RD \sin\theta]^{1/2}} \right| \quad (IV-11)$$

denominando

$$\beta = (L_1 + L_2) - (\ell_1 + \ell_2) \quad (IV-12)$$

Foi feita uma análise dessas equações empregando dimensões compatíveis com o protótipo e chegou-se a interessantes resultados que estão no gráfico 1(fig.30a).

Nesse gráfico foram plotadas três curvas: β , c_1 e c_2 . Consta-se que c_1 diminui e c_2 aumenta a medida que θ se torna diferen

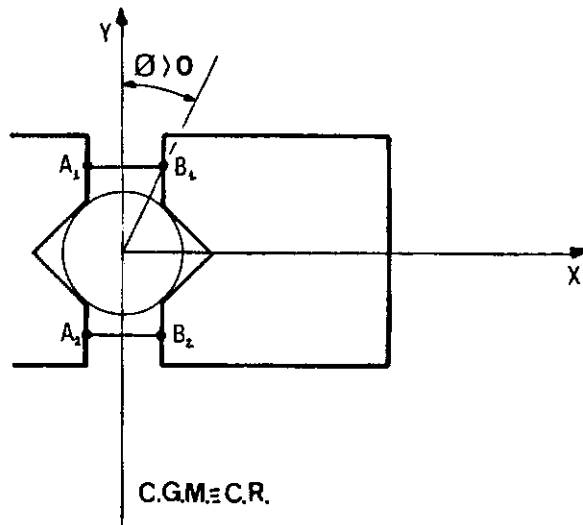


FIG-29a

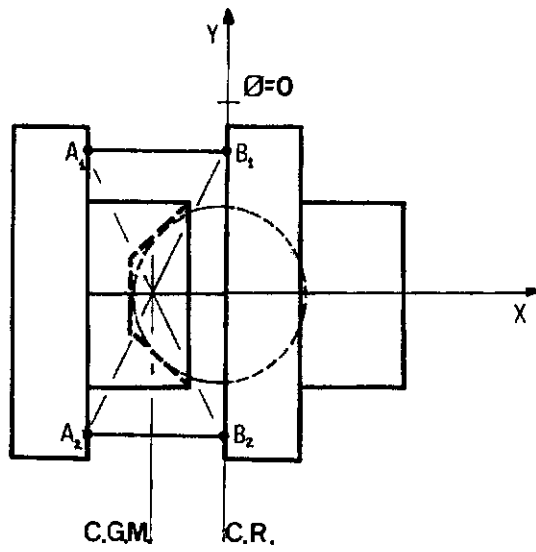


FIG-29b

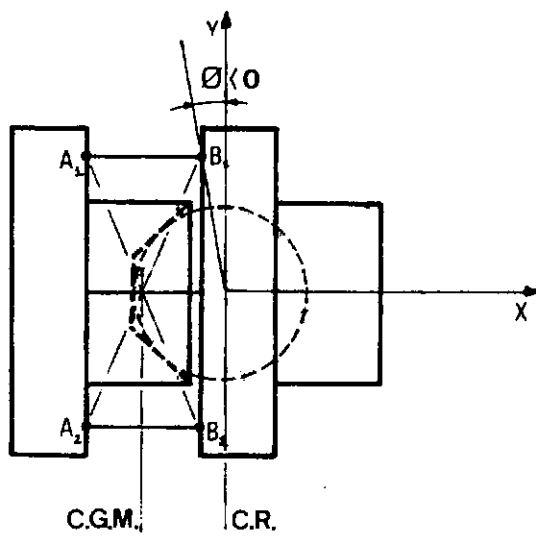


FIG-29c

FIG-29 Localização do C.R. e do C.G.M.

te de zero. Isso é altamente instabilizante pois não haverá momento restaurador da posição de equilíbrio em θ igual a zero graus. Ou seja F_1 não conseguirá em hipótese alguma equilibrar os momentos causados pelo peso e por F_2 .

Sabendo que:

$$L_1 - \ell_1 = \text{variação no comprimento do cabo 1 quando a junta sofre um giro de } \theta \text{ graus.} \quad (\text{IV-13})$$

$$L_2 - \ell_2 = \text{análogo para o cabo dois.} \quad (\text{IV-14})$$

Para θ maior que zero graus:

(IV-13) é maior que zero, ou seja, o cabo 1 foi estirado.

(IV-14) é menor que zero, ou seja, o cabo 2 foi afrouxado.

Portanto β menor que zero significa que o afrouxamento ocorrido no cabo 2 é superior ao estiramento ocorrido em 1.

Diante desses resultados estudou-se a solução alterando a geometria da junta. Para ϕ igual a zero graus (fig.29b) as equações (IV-4), (IV-5), (IV-6), (IV-7) tornam-se:

$$L_1 = \left| [\ell_1^2 + 2R^2(1 - \cos\theta) + 2RD \sin\theta]^{1/2} \right| \quad (\text{IV-15})$$

$$L_2 = \left| [\ell_2^2 + 2R^2(1 - \cos\theta) - 2RD \sin\theta]^{1/2} \right| \quad (\text{IV-16})$$

$$c_1 = \left| \frac{-DR \cos\theta - R^2 \sin\theta}{[\ell_1^2 + 2R^2(1 - \cos\theta) + 2RD \sin\theta]^{1/2}} \right| \quad (\text{IV-17})$$

$$c_2 = \left| \frac{-DR \cos \theta + R^2 \sin \theta}{[\ell_2^2 + 2R^2(1 - \cos \theta) - 2RD \sin \theta]^{1/2}} \right| \quad (IV-18)$$

A análise destas equações está no gráfico 2 (fig.30b) e já se pode notar a existência de uma tendência no comportamento da junta em relação ao parâmetro centro de rotação.

Para ϕ igual a zero graus a distância c_1 sempre é maior ou igual a c_2 , portanto, tendendo a equilibrar o sistema. A curva β mostra que para essa construção praticamente o que ocorre de estiramento em um cabo está ocorrendo de afrouxamento no outro.

Explorando essa tendência demonstrada por esses dois gráficos anteriores foi feita uma análise para um ϕ menor que zero graus (fig.29c), que está no gráfico 3 (fig.30c).

Simplificando as equações para ϕ menor que zero, chega-se a:

$$L_1 = \left| [\ell_1^2 + 2(R^2 + \Omega d)(1 - \cos \theta) + 2RD \sin \theta]^{1/2} \right| \quad (IV-19)$$

$$L_2 = \left| [\ell_2^2 + 2(R^2 + \Omega d)(1 - \cos \theta) - 2RD \sin \theta]^{1/2} \right| \quad (IV-20)$$

$$c_1 = \left| \frac{-DR \cos \theta - (R^2 + \Omega d) \sin \theta}{[\ell_1^2 + 2(R^2 + \Omega d)(1 - \cos \theta) + 2RD \sin \theta]^{1/2}} \right| \quad (IV-21)$$

$$c_2 = \left| \frac{-DR \cos \theta + (R^2 + \Omega d) \sin \theta}{[\ell_2^2 + 2(R^2 + \Omega d)(1 - \cos \theta) - 2RD \sin \theta]^{1/2}} \right| \quad (IV-22)$$

No gráfico 3 nota-se que, a medida que θ aumenta, maior

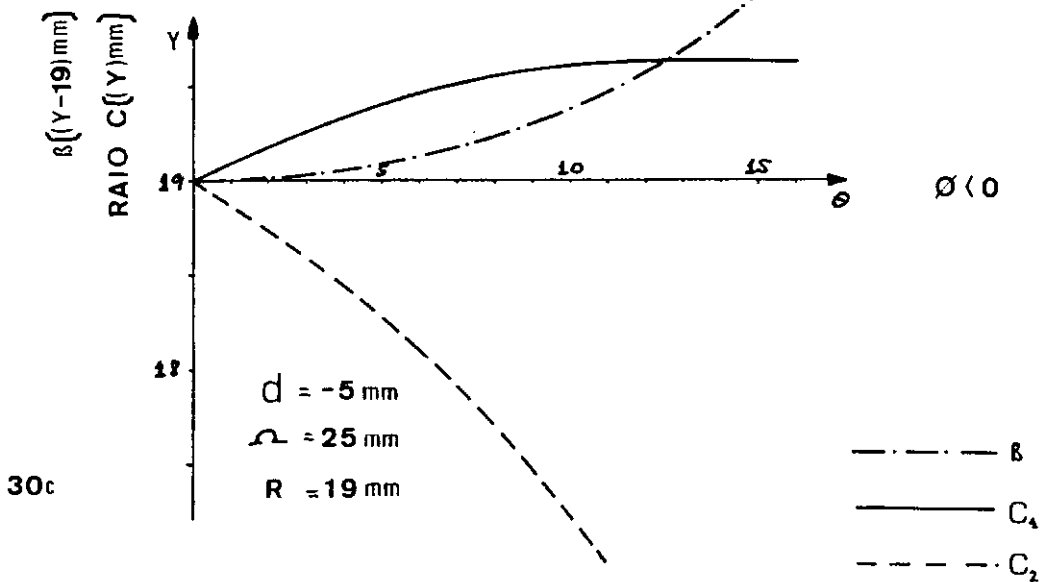
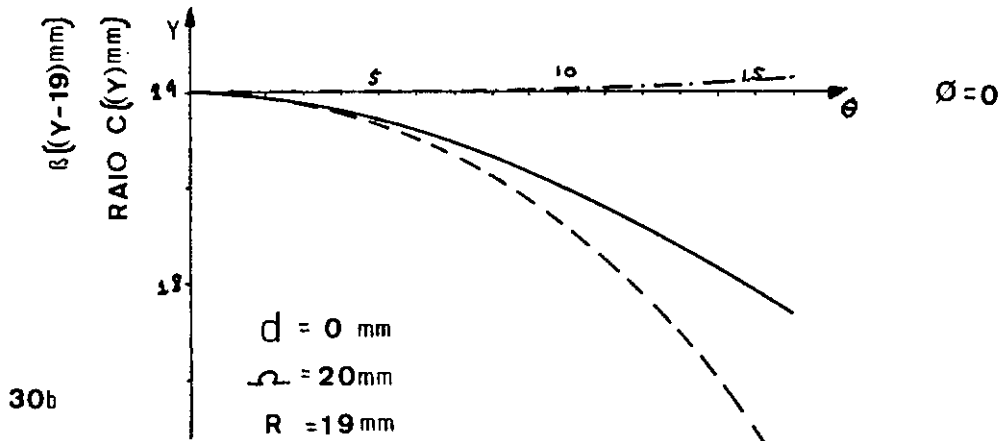
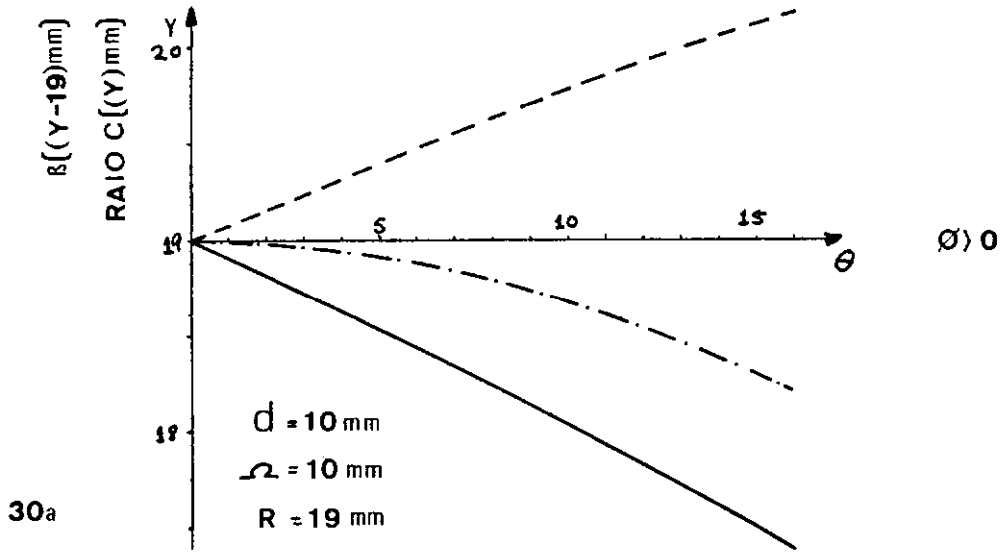


FIG-30 Análise dos parâmetros de estabilidade da junta.

fica a diferença entre c_1 e c_2 , tendendo, portanto, a equilibrar rapidamente o sistema.

A curva β tem uma tendência altamente positiva neste caso, ou seja, o estiramento de um cabo supera de muito o afrouxamento do outro.

Essas análises β serão importantes quando do estabelecimento das equações de equilíbrio para o conjunto todo. Os resultados referentes ao ângulo ϕ foram utilizados no projeto do protótipo e são comentados posteriormente quando da análise do mesmo.

CAPITULO V

PROBLEMA DO ATRITO

Como foi citado no item (II) e pode ser visto na (fig. 11) existem dois locais onde o atrito se faz presente. Ele atua nas juntas esféricas e no contato dos cabos de aço com os seus orifícios de passagem.

Nas juntas esféricas o atrito se faz presente dificultando a movimentação da mesma. Nos cabos de aço o atrito atua dificultando sua movimentação ao longo do braço, movimentação essa que é fundamental para o funcionamento do braço.

Como esses dois problemas são diferentes no modo de abordar serão estudados separadamente.

V.1. O atrito nas juntas esféricas.

Nas juntas esféricas, como já foi dito, o atrito se opõe ao movimento da junta, dificultando a rotação de um elemento em relação ao outro. Portanto, o atrito é responsável por um momento resistente. Como será visto no capítulo referente às medições efetuadas, essa característica é interessante pois auxilia o braço a sustentar uma carga. Porém, torna-se inconveniente no momento em que se retira a carga, pois, impede que o braço retorne à sua posição de repouso inicial.

Sabe-se que a fórmula básica do atrito seco ¹¹ é

$$f = \mu \cdot N \quad (V-1)$$

onde

f = força de atrito de tipo seco

μ = coeficiente de atrito

N = módulo da força normal atuando entre as superfícies em contato.

Resta estabelecer para a junta esférica qual o valor da componente normal.

Para se fazer essa análise pode-se tomar uma junta (fig. 31). Existe uma força total de agregação entre dois elementos. Essa força é dada pela soma das quatro componentes, correspondentes aos quatro cabos de aço agregantes.

Portanto :

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 \quad (V-2)$$

Para θ igual a zero graus a resultante \vec{F} está alinhada com suas componentes, portanto :

$$|\vec{F}| = |\vec{F}_1| + |\vec{F}_2| + |\vec{F}_3| + |\vec{F}_4| \quad (V-3)$$

Quando ocorre um giro de uma seção em relação a outra, ou seja, θ diferindo de zero graus, obviamente o módulo de \vec{F} deixa de ser a soma dos módulos das suas componentes, e também não coincidirá em direção. Porém, como existem os limitadores de ângu

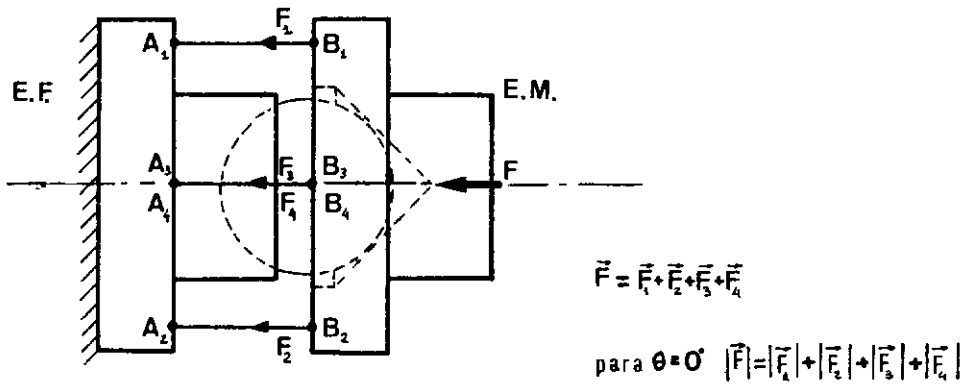


FIG.- 31 Resultante das forças de agregação.

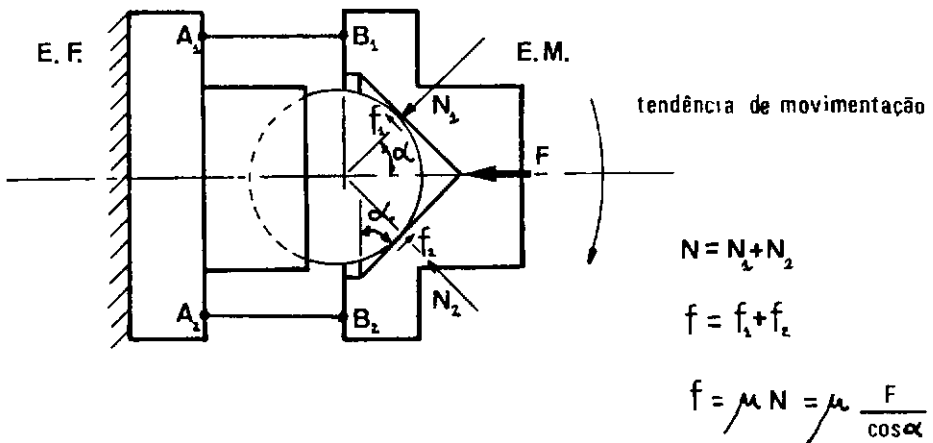


FIG.- 32 Força normal atuante na junta.

los nas juntas, o giro máximo delas está restrito a aproximadamente dez graus.

Diante disso foi assumido o valor (V-3) como sendo o valor da força total de agregação para qualquer configuração. O erro cometido com essa simplificação não é grande levando-se em conta que o coeficiente de atrito não possui um valor exato.

Estando estabelecido o valor da força total de agregação resta saber qual sua relação com a normal a superfície da sede da junta esférica.

Foi escolhida uma sede com formato cônico. Ve-se na (fig.32) que o ângulo da sede desempenha papel importante nessa relação entre a força total e a normal. Tem-se:

$$|\vec{F}| = N \cos \alpha \quad ; \quad |\vec{F}| = F \quad ; \quad N = N_1 + N_2 \quad (V-4)$$

$$f = \mu \cdot N = \mu \frac{F}{\cos \alpha} \quad (V-5)$$

Da equação (V-5) podem-se tirar algumas conclusões. Por exemplo, para α igual a zero graus a força de atrito é mínima, porém, nesse caso não existe resistência ao cisalhamento na junta. Para α tendendo a 90º graus a força de atrito tende a um valor infinito, o que também é muito ruim.

Da (fig.32) conclui-se ainda que o momento resistente causado pela força de atrito é função direta do raio da esfera, pois a força de atrito atua tangente a superfície desta, ou seja:

$$M_f = f \cdot r_e = \mu \cdot \frac{F}{\cos \alpha} \cdot r_e \quad (V-6)$$

onde

M_f = Momento resistente devido a força de atrito.
 r_e = raio da esfera.

Esse momento será utilizado posteriormente na equação de equilíbrio.

V.2. O atrito nos cabos.

Como foi visto no item (II) os cabos de aço estão dispostos ao longo de todo o braço. Atuam como se fossem músculos, ou seja, devido a variações nas tensões a que estão submetidos êles impõem movimentos e configurações ao braço. Ainda no item (II) foi visto que os braços apresentam um sistema de prê-tensionamento e de fixação dos cabos nas extremidades.

Levando-se em conta que os cabos estão prê-tensionados, então, quando há uma rotação entre dois elementos cilíndricos passarão a existir pontos de maior contato entre os cabos de aço e esses elementos. Na (fig.33) está sendo mostrado esse problema e as setas indicam os locais de maior contato, ou seja, os pontos onde o cabo muda de direção. Na (fig. 34) o problema de tensões no cabo foi reduzido a um diagrama de forças. Nesse diagrama vê-se claramente que, nos locais onde o cabo muda de direção, passa a existir uma componente de força responsável pelo equilíbrio do sistema. Ainda na (fig.33) existe um detalhe do ponto de contato do cabo com a borda do elemento cilíndrico. Naturalmente após alguma

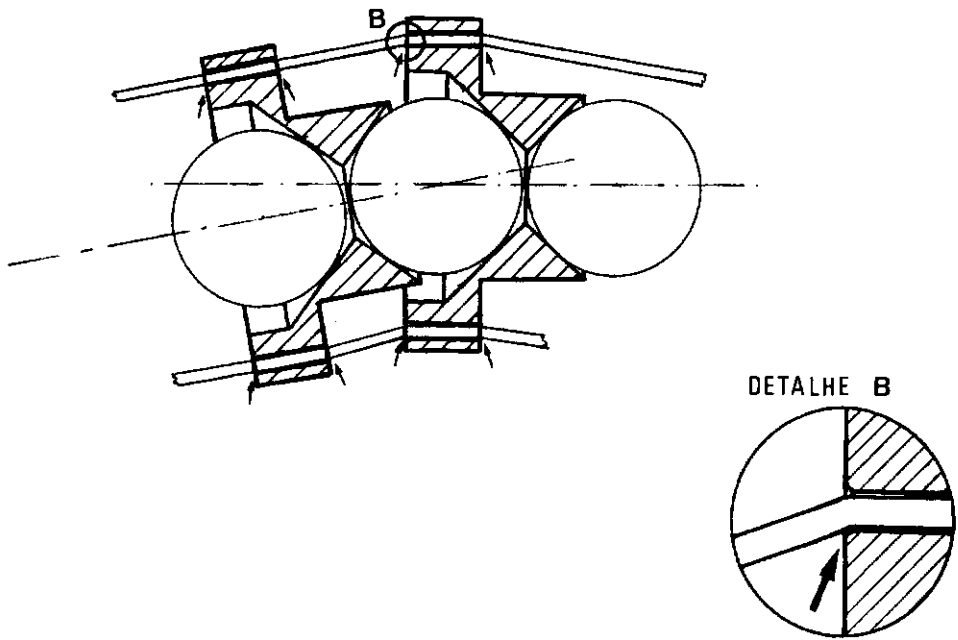


FIG.-33 Pontos de contato dos cabos.

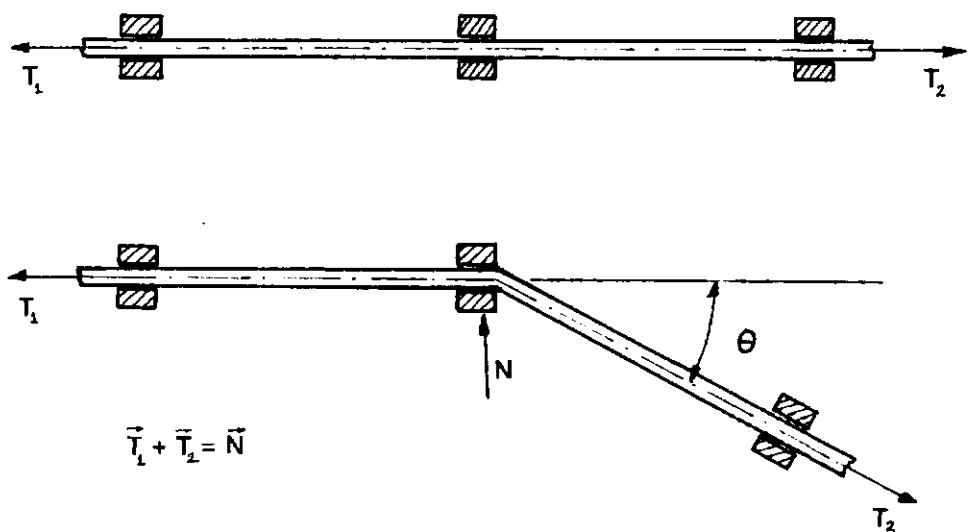


FIG.-34 Dobramento de um cabo tracionado.

movimentação do braço, com o conseqüente movimento dos cabos através de seus orifícios de passagem, ocorrerá uma acomodação entre os cabos e as bordas. Dessa acomodação surgirão superfícies de contato.

Com o surgimento dessas superfícies a componente existente para equilibrar o sistema (fig.34) ficará distribuída por essa superfície. Como os cabos tendem a se deslocar sobre essas superfícies começarão a existir forças de atrito. Essa forma de ocorrência de atrito, por suas características assemelha-se bastante ao atrito entre correias e polias.

A seguir será feita uma rápida análise do atrito entre cabos e superfícies curvas para facilitar o enfoque do problema.

V.2.1. Atrito de cabos sobre superfícies curvas.

Como se ve na (fig.35) será analisado um elemento de cabo submetido a uma variação de tensões (dT), uma variação angular ($d\theta$), com um comprimento (dS) e apoiado sobre uma superfície com um raio genérico R .

Supondo que este elemento esteja a ponto de deslizar da esquerda para a direita, então, as seguintes equações de equilíbrio podem ser escritas:

$$\Sigma F_s = T + dT - T - df = 0 \quad (V-7)$$

$$\Sigma F_r = dN - T \operatorname{sen} \frac{d\theta}{2} - (T+dT) \operatorname{sen} \frac{d\theta}{2} = 0 \quad (V-8)$$

$$\text{mas} \quad df = \mu dN \quad (V-9)$$

$$\text{sen } \frac{d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2} \quad (\text{V-10})$$

a partir de (V-7) e (V-9)

$$dT = \mu dN \quad (\text{V-11})$$

e de (V-8) e (V-10)

$$dN = T d\theta \quad (\text{V-12})$$

donde

$$dT = \mu T d\theta \quad (\text{V-13})$$

portanto integrando ao longo de um comprimento S e que implique em uma variação angular de θ graus, sempre se considerando uma variação da esquerda para a direita, chega-se a uma expressão bem conhecida,¹¹ que calcula a variação total da tensão atuante no cabo, ou seja:

$$T_2 = T_1 e^{\mu\theta} \quad (\text{V-14})$$

mas de (V-7) deduz-se também que

$$T_2 - T_1 = f_\theta \quad (\text{V-15})$$

f_θ = força de atrito atuante entre o cabo e a superfície curva para um abraçamento de θ graus.

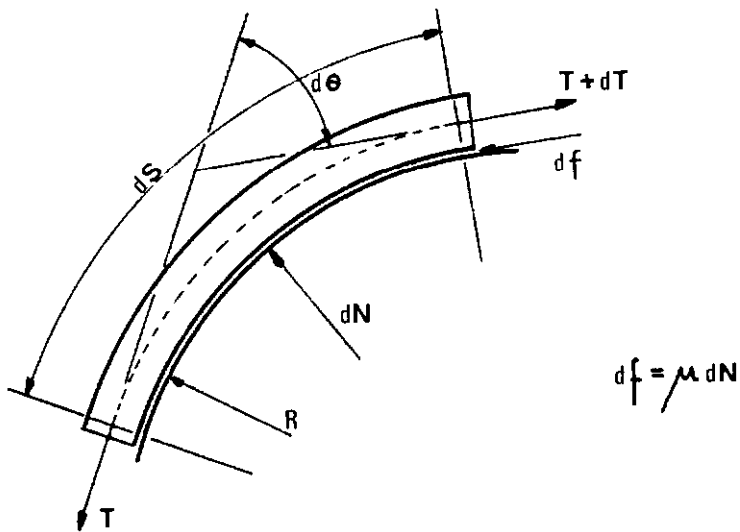
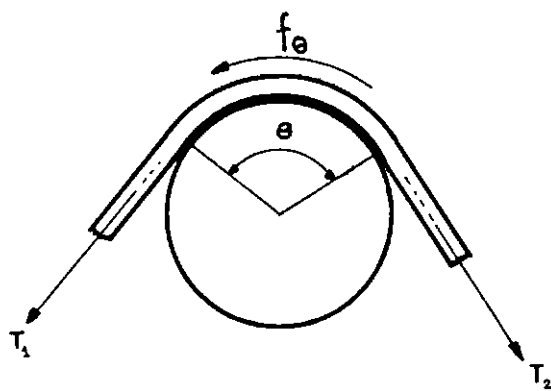


FIG-35 Atrito entre cabos e superfícies curvas.



$$f_\theta = T_1(e^{\mu\theta} - 1)$$

FIG-36 Força de atrito em cabos.

Portanto a força de atrito atuante entre um cabo e uma superfície curva é proporcional a uma tensão de referência multi - plicada por um valor que varia exponencialmente com o ângulo de a braçamento (fig. 36), ou seja:

$$f_{\theta} = T_1 (\ell^{\mu\theta} - 1) \quad (V-16)$$

Prova-se facilmente que a análise acima aplica-se as juntas. Nesse caso, em vez de uma superfície curva contínua, como uma polia, tem-se um somatório de pequenas iterações nos locais em que o cabo entra em contato com os elementos cilíndricos e sofre as mudanças de direção (fig.33).

Essa expressão deve ser amoldada ao problema em estudo, com a substituição dos termos equivalentes para uma melhor com preensão.

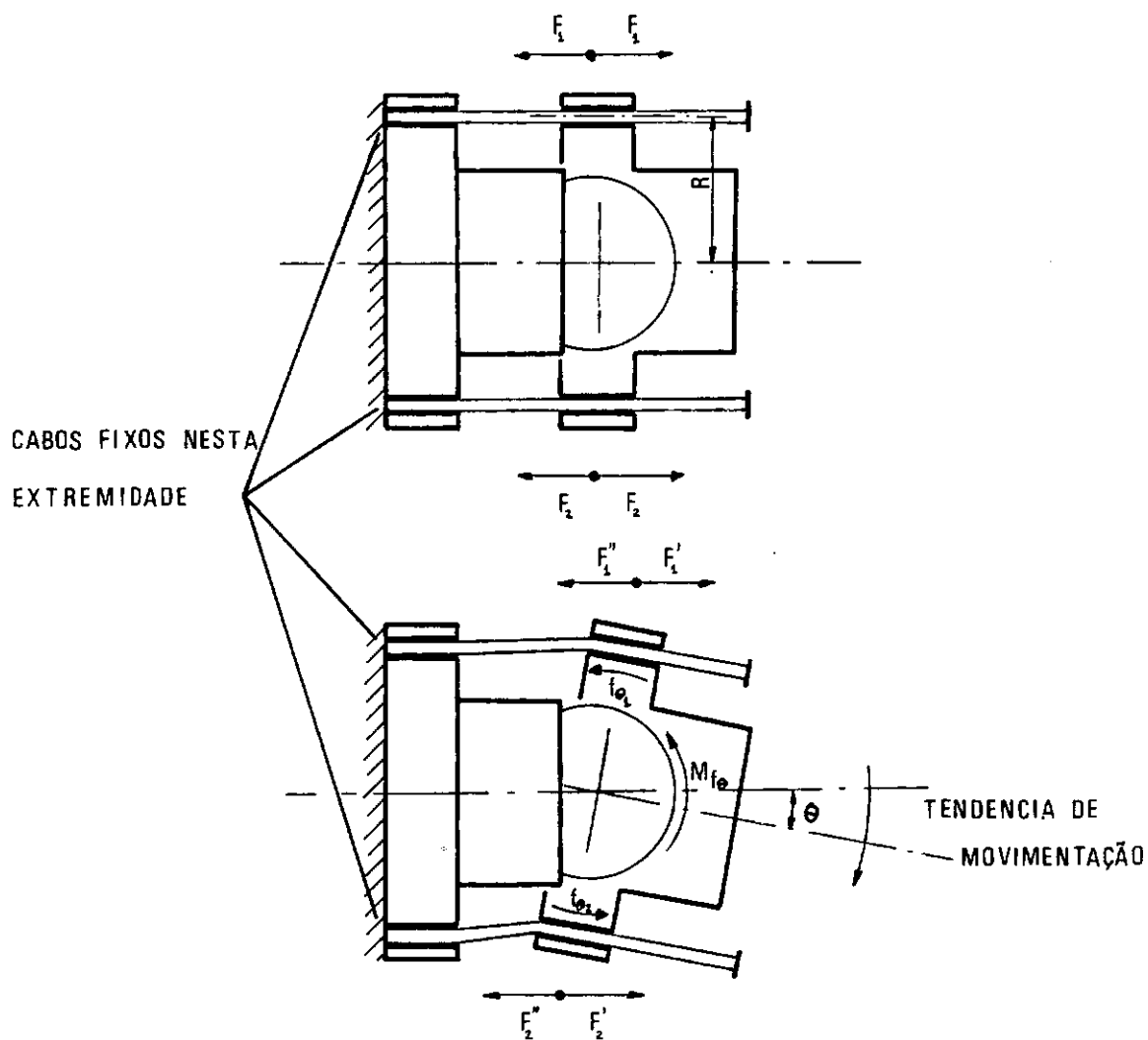
Na (fig.37) vê-se que existe uma força de atrito para cada um dos cabos. Existindo, portanto:

$$f_{\theta_1} = F_1' (\ell^{\mu\theta} - 1) \quad (V-17)$$

$$f_{\theta_2} = F_2'' (\ell^{\mu\theta} - 1) = F_2' (1 - \ell^{-\mu\theta}) \quad (V-18)$$

onde

f_{θ_1} e f_{θ_2} = reações do cabo sobre os elementos cilíndricos. Causam um momento resistente, que tem a peculiaridade de ter o va lor zero para θ igual a zero graus. Portanto, f_{θ_1} e f_{θ_2} são funções diretas do ângulo θ de flexionamento da junta.



$$f_{\theta 1} = F_1' (e^{\mu \theta} - 1)$$

$$f_{\theta 2} = F_2'' (e^{\mu \theta} - 1) = F_2' (1 - e^{-\mu \theta})$$

$$M_{f\theta} = (f_{\theta 1} + f_{\theta 2}) \cdot R$$

FIG-37 O atrito nos cabos.

F_2'' e F_1' = tensão no cabo correspondente ao lado contrário ao do sentido de movimentação do cabo em relação ao elemento cilíndrico. É importante mencionar que F_1' e F_2'' são funções também do ângulo θ . F_1' e F_1'' , assim como, F_2' e F_2'' diferem de uma quantia equivalente a f_{θ_1} e f_{θ_2} respectivamente.

θ = ângulo de flexionamento da junta.

μ = coeficiente de atrito existente entre os ca
bos e elementos cilíndricos e considerado uniforme ao longo de to
do o braço.

Portanto, pode-se calcular o momento resistente atuante na junta:

$$Mf_{\theta} = (f_{\theta_1} + f_{\theta_2}) \cdot R \quad (V-19)$$

R = raio de localização do cabo em relação ao C.
R. da junta esférica (fig. 37).

Nota-se também, que quanto maior o flexionamento da jun
ta, maior o momento resistente e conseqüentemente maior a dificuldade de movê-la. Esse comportamento poderia ser extrapolado para o braço, que se constitui numa sequência de juntas. Na verdade is
so foi posteriormente observado quando da realização das medições e observação do desempenho do protótipo.

CAPITULO VI

MODELO MATEMÁTICO PARA A DEFLEXÃO ESTÁTICA

Neste capítulo será proposto um modelo matemático para a deflexão estática do braço atuando como uma viga engastada. Será estudado o braço submetido ao seu próprio peso ou, acrescido de alguma carga na extremidade.

Como foi visto no item (II) e pode ser visto na (fig. 12) o braço é simétrico em relação a sua seção central e os cabos de aço são pré-tensionados por molas.

Serão feitas algumas hipóteses simplificadoras na elaboração do modelo matemático:

- Supõe-se que o braço só se movimenta em um plano paralelo a direção de atuação da força gravitacional.

- Inicialmente a análise é feita considerando-se que não há atrito nas juntas esféricas e no contato dos cabos de aço com os seus orifícios de passagem. Posteriormente, ainda neste capítulo, é proposta uma solução que leva o atrito em consideração, usando para isso as análises feitas no capítulo (V).

- Considerando que não há atrito e a simetria do conjunto em relação a sua seção central será feita a análise somente em uma metade do braço.

- Considera-se para efeito da análise que somente os cabos superior e inferior trazem contribuição ao equilíbrio do sistema. Posteriormente serão considerados os outros dois cabos.

- Nesta análise não vão ser considerados os limitado-

res de ângulo.

Levando-se em conta as hipóteses acima, é apresentada a seguir uma análise detalhada do comportamento de uma junta genérica e de um meio braço com duas juntas. Com isso se deseja esclarecer melhor o mecanismo de equilíbrio desse tipo de braço.

VI.1. Análise do comportamento de uma junta esférica genérica sem atrito.

Pela descrição do braço sabe-se que os cabos estão prẽ-tensionados por molas. A rigidez dessas molas é conhecida. A prẽ-tensão em todos os cabos é idêntica.

Na (fig.38a) vê-se um desenho mostrando um elemento cilíndrico fixo e preso a êle através de uma junta esférica um outro elemento cilíndrico móvel. Este elemento está apoiado. As forças atuantes nos cabos superior e inferior são iguais e correspondem as prẽ-tensões. O sistema está logicamente em equilíbrio.

Ao ser retirado o apoio o elemento móvel procurará a nova posição de equilíbrio. Vê-se que o peso do elemento cilíndrico causa um momento em relação ao C.R. (fig.38b). O equilíbrio será conseguido mediante uma variação dos momentos causados por F_1 e F_2 . Pois bem, o equilíbrio processa-se do seguinte modo:

1. Como foi visto no item (IV-2) e pode ser constatado na (fig. 39), a medida que θ aumenta no sentido horário (fig.38b) a_1 torna-se maior que a_2 . Portanto, o momento causado por F_1 torna-se maior, tendendo a equilibrar os momentos causados por F_2 e pelo

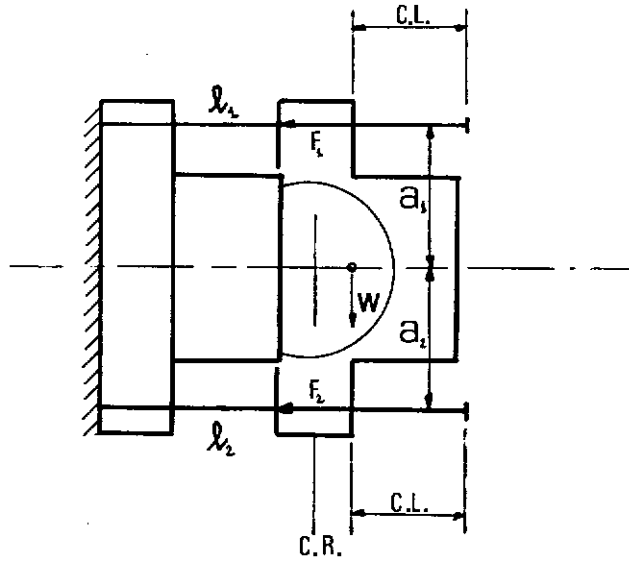


FIG- 38a

C.L.= COMPRIMENTO LIVRE

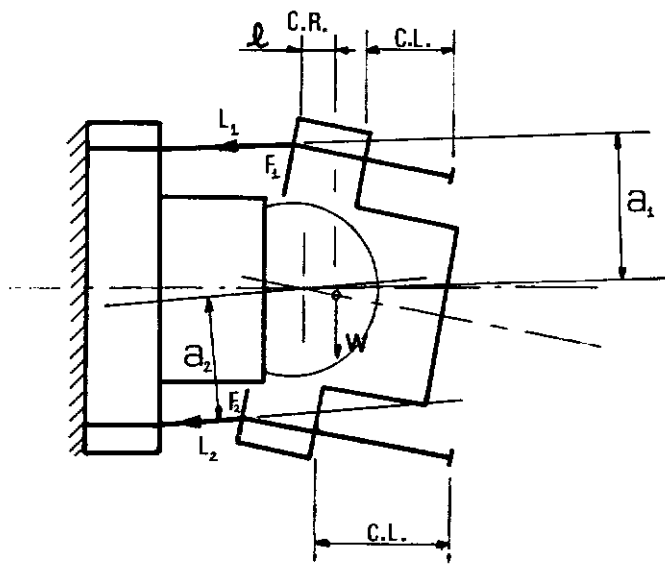


FIG-38b

FIG-38 Variação no comprimento dos cabos.

peso (W) do elemento cilíndrico.

2. O sistema de pré-tensionamento dos cabos auxilia nesse processo de equilíbrio. Com o ângulo aumentando no sentido horário vê-se pela (fig.38b) que há uma variação nos comprimentos livres dos cabos. Na (fig.39) está a repetição do gráfico 3 (fig.30c) e estão ainda plotadas as curvas referentes a variação dos comprimentos dos cabos, ou seja, as curvas $(L_1 - \ell_1)$ e $(L_2 - \ell_2)$. Pois bem, esse gráfico evidencia o que se percebe grosseiramente na (fig. 38b), ou seja, $(L_1 - \ell_1)$ com ordenadas maiores que zero significa que o cabo 1 está sendo encurtado em seu comprimento livre, portanto, aumentando a deflexão da mola 1 e consequentemente aumentando o valor de F_1 (VI-5). Já a curva $(L_2 - \ell_2)$ apresenta ordenadas menores que zero, portanto, o valor de F_2 (VI-7) está diminuindo para um θ maior que zero graus no sentido horário. Daí conclui-se que, também devido a esse efeito, o momento causado por F_1 tenderá a contrabalançar os momentos causados por F_2 e pelo peso (W), equilibrando o sistema.

Portanto, do que foi exposto acima vê-se que o sistema tende a uma posição de equilíbrio estático para um θ diferente de zero graus.

A seguir será desenvolvida a equação de equilíbrio para o caso visto acima:

$$\sum M_{C.R.} = 0 \quad (VI-1)$$

$$F_1 \cdot a_1 - F_2 \cdot a_2 - W \cdot \ell = 0 \quad (VI-2)$$

onde a_1 é dado por (IV-21)

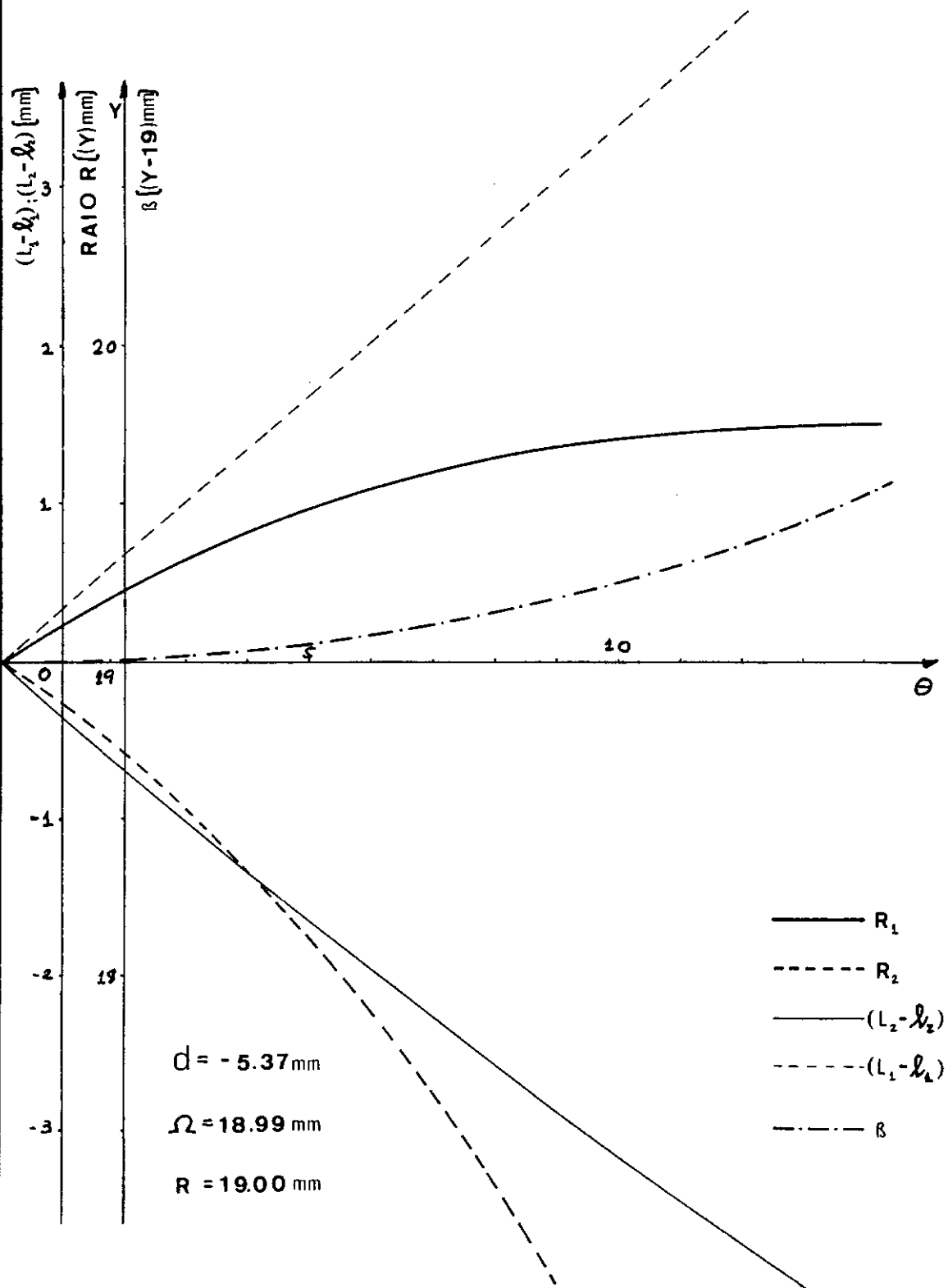


FIG- 39 Análise do comportamento da junta do protótipo.

$$a_1 = \left| \frac{-DR \cos \theta - (R^2 + \Omega d) \sin \theta}{[\ell_1^2 + 2(R^2 + \Omega d)(1 - \cos \theta) + 2RD \sin \theta]^{1/2}} \right| \quad (\text{VI-3})$$

e a_2 é dado por (IV-22)

$$a_2 = \left| \frac{-DR \cos \theta + (R^2 + \Omega d) \sin \theta}{[\ell_1^2 + 2(R^2 + \Omega d)(1 - \cos \theta) - 2RD \sin \theta]^{1/2}} \right| \quad (\text{VI-4})$$

F_1 é da forma

$$F_2 = K_1 [X_{01} + \Delta L_1(\theta)] \quad (\text{VI-5})$$

onde

K_1 = rigidez da mola 1

X_{01} = deflexão inicial da mola 1

$\Delta L_1(\theta) = (L_1(\theta) - \ell_1)$ = variação do comprimento livre
do cabo 1

$L_1(\theta)$ é obtido de (IV-19)

$$L_1(\theta) = \left| [\ell_1^2 + 2(R^2 + \Omega d)(1 - \cos \theta) + 2RD \sin \theta]^{1/2} \right| \quad (\text{VI-6})$$

ℓ_1 é o comprimento inicial do cabo 1

F_2 possui uma forma semelhante

$$F_2 = K_2 [X_{02} + \Delta L_2] \quad (\text{VI-7})$$

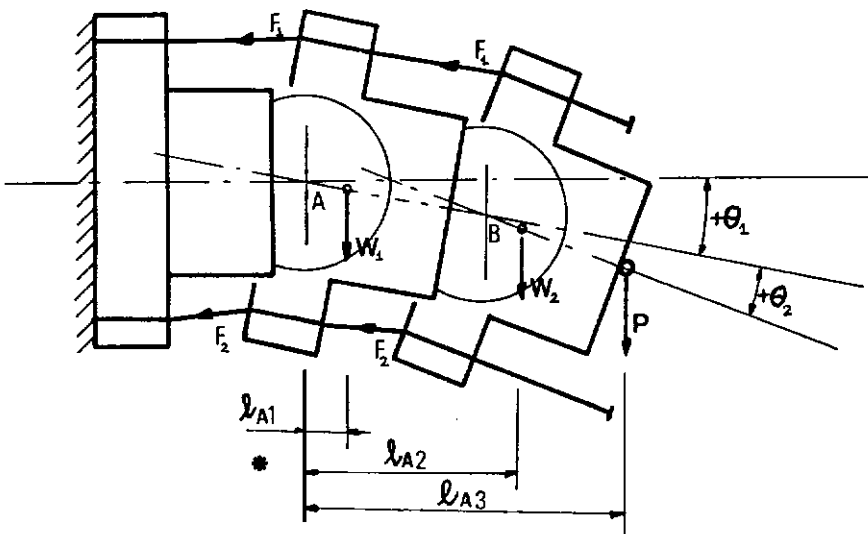
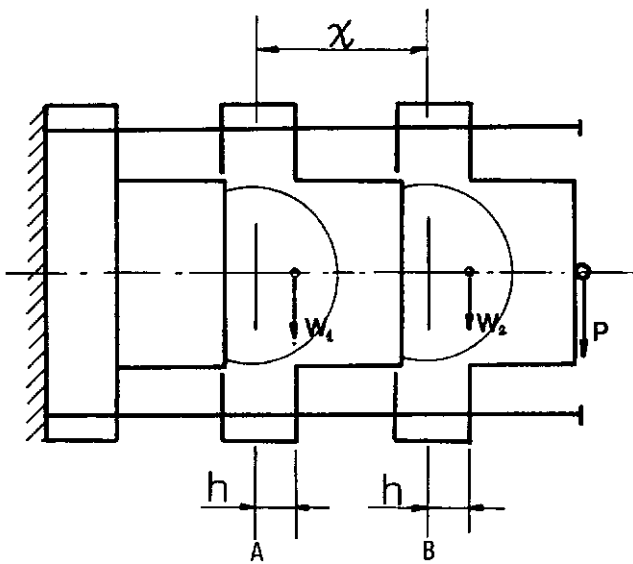
os termos são análogos aos anteriores.

Tendo concluído essa análise para uma junta genérica será feita, a seguir, a análise para um braço composto de duas juntas esféricas. O objetivo dessa análise para dois elementos é uma melhor compreensão visando o estabelecimento de um modelo matemático para n elementos.

VI.2. Análise de um conjunto com duas juntas sem atrito.

Primeramente será feita uma convenção para a nomenclatura a ser empregada na abordagem de um problema com mais de uma junta esférica (fig. 40):

- As juntas serão nomeadas com letras maiúsculas do alfabeto latino, A, B, C, etc.
- Os pesos correspondentes aos elementos cilíndricos serão nomeados por W_1 , W_2 , W_3 , etc.
- A carga da extremidade do braço terá a designação P.
- O ângulo θ terá como origem o eixo de simetria do elemento anterior. Os ângulos, assim como os pesos dos elementos cilíndricos, serão designados $\theta_1, \theta_2, \theta_3$, etc. A orientação é positiva no sentido horário.
- As distâncias das linhas de ação das forças F_1 e F_2 em relação ao C.R. serão designadas pelas letras minúsculas correspondentes a nomeação da junta, ou seja, a_1, a_2, b_1, b_2 , etc.
- As distâncias do C.R. aos centros de gravidade dos elementos cilíndricos, para efeito de cálculo do momento com que estes contribuem, serão designadas por $\ell_{A_1}, \ell_{A_2}, \ell_{B_2}$, etc; onde os



* A CONVENÇÃO DOS BRACOS DE MOMENTO ESTA NA FIG-41

FIG- 40 Conjunto de 2 elementos.

Índices de ℓ contêm a nomeação da junta esférica a qual pertence o C.R. em questão e o número corresponde ao peso do elemento cilíndrico considerado (fig.40).

- Todas as convenções apresentadas no item (IV.1)(figs. 27 e 28) são também válidas aqui.

No equacionamento do problema serão utilizadas as idéias apresentadas no item (VI.1) sô que empregadas uma vez para cada junta.

Como está sendo considerado que o atrito é nulo, as forças (F_1 e F_2) se propagam ao longo de todos os cabos sem alterações.

Portanto, como pode ser visto na (fig.40), primeiro se rá proposta a equação de equilíbrio em relação a junta A:

$$\Sigma M_A = 0$$

$$F_1 a_1 - F_2 a_2 - W_1 \ell_{A1} - W_2 \ell_{A2} - P \ell_{A3} = 0$$

Estando o conjunto em equilíbrio e sabendo-se que as forças se propagam ao longo dos cabos sem alterações, então pode-se também escrever em relação a junta B:

$$\Sigma M_B = 0$$

$$F_1 b_1 - F_2 b_2 - W_2 \ell_{B2} - P \ell_{B3} = 0$$

Portanto, são duas equações que descrevem o sistema:

$$F_1 a_1 - F_2 a_2 - W_1 \ell_{A1} - W_2 \ell_{A2} - P \ell_{A3} = 0 \quad (\text{VI-8})$$

$$F_1 b_1 - F_2 b_2 - W_2 \ell_{B2} - P \ell_{B3} = 0$$

A seguir os termos que compõem (VI-8) serão explicitados:

- a_1 e a_2 são determinadas de modo análogo a (VI-3) e (VI-4) para $\theta = \theta_1$, aliás, é interessante notar que $a_1 = f(\theta_1)$ e $a_2 = f(-\theta_1)$, e de modo análogo $b_1 = f(\theta_2)$ e $b_2 = f(-\theta_2)$, portanto:

$$a_1 = \left| \frac{-DR \cos \theta_1 - (R^2 + \Omega d) \sin \theta_1}{[\ell_1^2 + 2(R^2 + \Omega d)(1 - \cos \theta_1) + 2RD \sin \theta_1]} \right|^{1/2} \quad (\text{VI-9})$$

$$a_2 = \left| \frac{-DR \cos \theta_1 + (R^2 + \Omega d) \sin \theta_1}{[\ell_1^2 + 2(R^2 + \Omega d)(1 - \cos \theta_1) - 2RD \sin \theta_1]} \right|^{1/2} \quad (\text{VI-10})$$

$$b_1 = \left| \frac{-DR \cos \theta_2 - (R^2 + \Omega d) \sin \theta_2}{[\ell_1^2 + 2(R^2 + \Omega d)(1 - \cos \theta_2) + 2RD \sin \theta_2]} \right|^{1/2} \quad (\text{VI-11})$$

$$b_2 = \left| \frac{-DR \cos \theta_2 + (R^2 + \Omega d) \sin \theta_2}{[\ell_1^2 + 2(R^2 + \Omega d)(1 - \cos \theta_2) - 2RD \sin \theta_2]} \right|^{1/2} \quad (\text{VI-12})$$

- F_1 é da forma

$$F_1 = K_1 [X_{01} + \Delta L_1(\theta_1) + \Delta L_1(\theta_2)] \quad (\text{VI-13})$$

análogo, portanto, a (VI-5) e

$$\Delta L_1(\theta_1) = L_1(\theta_1) - \ell_1 \quad (\text{VI-14})$$

$$\Delta L_1(\theta_2) = L_1(\theta_2) - \ell_1$$

- F_2 possui uma forma semelhante a (VI-7)

$$F_2 = K_2 [X_{02} + \Delta L_2(\theta_1) + \Delta L_2(\theta_2)] \quad (\text{VI-15})$$

$$\Delta L_2(\theta_1) = L_2(\theta_1) - \ell_2 \quad (\text{VI-16})$$

$$\Delta L_2(\theta_2) = L_2(\theta_2) - \ell_2$$

- como pode ser observado em (IV-19) e (IV-20) a diferença entre L_1 e L_2 , do mesmo modo que para a_1 e a_2 , reside no sinal do ângulo θ , ou seja, $L_1 = f(\theta)$ e $L_2 = f(-\theta)$, portanto, pode-se simplificar as expressões que decorrem de (VI-14) e (VI-16). Utilizando (IV-19) e com o sinal adequado de θ , chega-se a:

$$L_1(\theta_1) = \left| [\ell_1^2 + 2(R^2 + \Omega d)(1 - \cos\theta_1) + 2RD \sin\theta_1]^{1/2} \right| \quad (\text{VI-17})$$

$$L_2(\theta_1) = L_1(-\theta_1) = \left| [\ell_1^2 + 2(R^2 + \Omega d)(1 - \cos\theta_1) - 2RD \sin\theta_1]^{1/2} \right| \quad (\text{VI-18})$$

$$L_1(\theta_2) = \left| [\ell_1^2 + 2(R^2 + \Omega d)(1 - \cos\theta_2) + 2RD \sin\theta_2]^{1/2} \right| \quad (\text{VI-19})$$

$$L_2(\theta_2) = L_1(-\theta_2) = \left| [\ell_1^2 + 2(R^2 + \Omega d)(1 - \cos\theta_2) - 2RD \sin\theta_2]^{1/2} \right| \quad (\text{VI-20})$$

Pois bem, das duas equações que compõem o sistema (VI-8) resta definir os comprimentos ℓ_{A_1} , ℓ_{A_2} , ℓ_{A_3} , ℓ_{B_2} , ℓ_{B_3} . Esses comprimentos são característicos do projeto dos elementos cilíndricos.

- definindo (fig. 40):

χ = distância entre os C.R. de dois elementos cilíndricos.

h = distância do C.R. ao centro de gravidade do elemento cilíndrico.

pode-se escrever então:

$$l_{B_2} = h \cos (\theta_1 + \theta_2) \quad (\text{VI-21})$$

$$l_{B_3} = \chi \cos (\theta_1 + \theta_2) \quad (\text{VI-22})$$

$$l_{A_1} = h \cos \theta_1 \quad (\text{VI-23})$$

$$l_{A_2} = \chi \cos \theta_1 + h \cos (\theta_1 + \theta_2) = \chi \cos \theta_2 + l_{B_2} \quad (\text{VI-24})$$

$$l_{A_3} = \chi \cos \theta_1 + \chi \cos (\theta_1 + \theta_2) = \chi \cos \theta_1 + l_{B_3} \quad (\text{VI-25})$$

Donde conclui-se que as únicas incógnitas do sistema de equações em estudo são os ângulos θ_1 e θ_2 . Portanto, o sistema é solucionável.

Estando equacionado o problema para duas juntas e feitas as convenções de nomes e sinais será apresentado a seguir o equacionamento para n juntas esféricas.

VI. 3. Análise para n juntas sem atrito.

A generalização fica bastante simplificada pelo que foi

visto até aqui.

Primeiramente vê-se que surge uma nova equação de equilíbrio para cada junta esférica que se acrescenta. Consequentemente surge também mais uma incôgnita, ou seja, um novo ângulo θ a ser determinado.

O braço está sendo analisado a partir do engaste, em direção a extremidade. Considera-se que o sistema está em equilíbrio e se estabelece a primeira equação de equilíbrio para a junta mais próxima ao engaste. Isto feito, passa-se a junta seguinte, baseando-se no fato que, estando o conjunto em equilíbrio, pode-se considerar a porção do braço que fica em direção ao engaste como sendo rígida.

Pode-se, portanto, escrever as equações:

$$\Sigma M_A = 0$$

$$F_1 a_1 - F_2 a_2 - W_1 \ell_{A1} - W_2 \ell_{A2} - \dots - W_{(n-1)} \ell_{A(n-1)} - W_n \ell_{An} - P \ell_{A(n+1)} = 0$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$F_1 b_1 - F_2 b_2 - W_2 \ell_{B2} - \dots - W_{(n-1)} \ell_{B(n-1)} - W_n \ell_{Bn} - P \ell_{B(n+1)} = 0$$

(VI-26)

$$\Sigma M_n = 0$$

$$F_1 n_1 - F_2 n_2 - W_n \ell_{Nn} - P \ell_{N(n+1)} = 0$$

A seguir serão definidos os termos das equações acima:

- a_1 e a_2 , idênticos a (VI-9) e (VI-10)

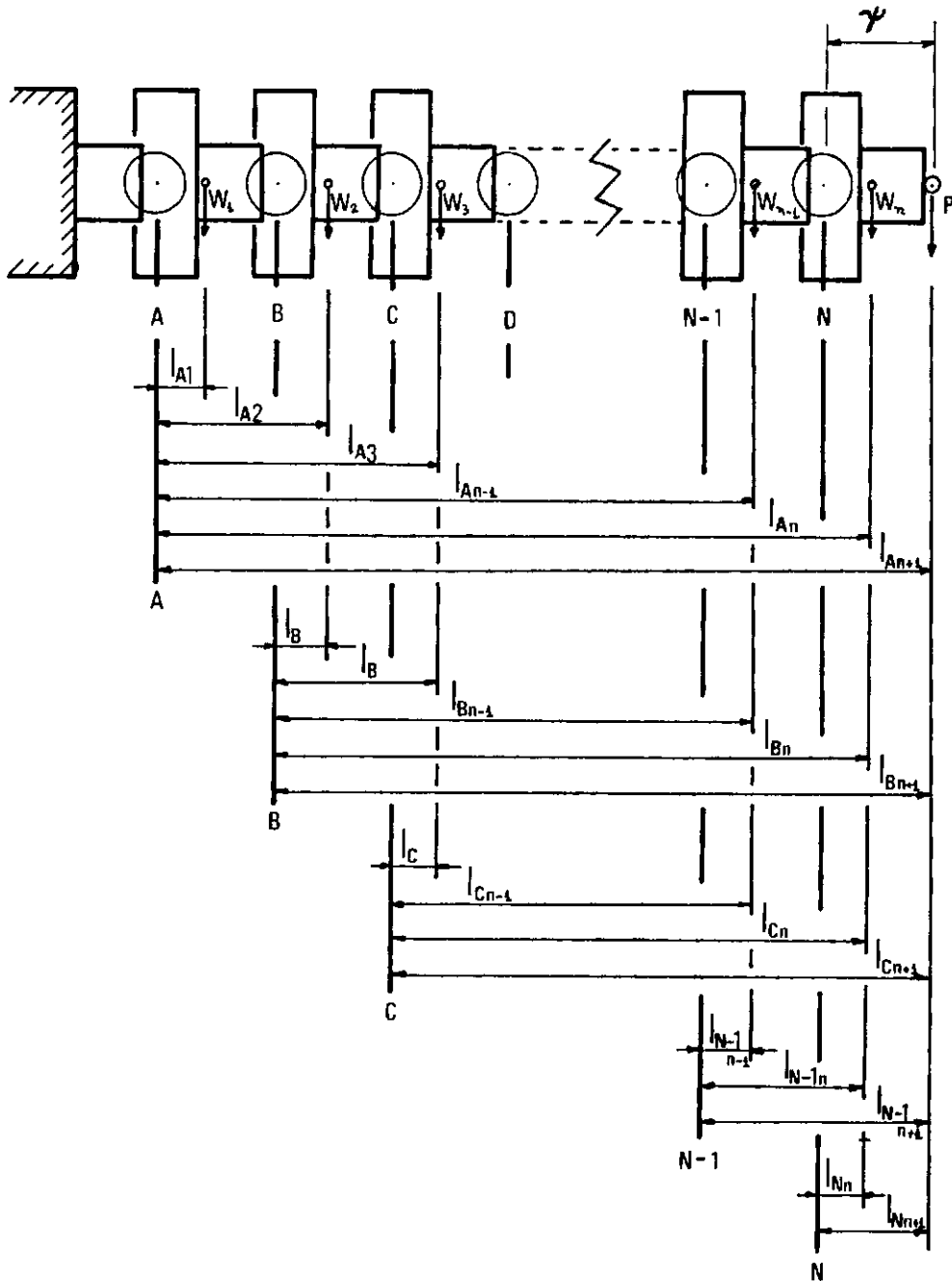


FIG. 41 Sistema de referência

$-b_1 b_2$, idênticos a (VI-11) e (VI-12)

$-n_1 n_2$, serão definidos de modo análogo aos anteriores

para θ_n .

$$n(\theta_n) = \frac{-DR \cos \theta_n - (R^2 + \Omega d) \sin \theta_n}{[\ell^2 + 2(R^2 + \Omega d)(1 - \cos \theta_n) + 2RD \sin \theta_n]^{1/2}} \quad (VI-27)$$

$$n_2(\theta_n) = n_1(-\theta_n)$$

$-F_1, F_2$ são da forma

$$F_1 = K_1 [X_{01} + \Delta L_1(\theta_1) + \Delta L_1(\theta_2) + \dots + \Delta L_1(\theta_n)] \quad (VI-28)$$

$$F_2 = K_2 [X_{01} + \Delta L_2(\theta_1) + \Delta L_2(\theta_2) + \dots + \Delta L_2(\theta_n)] \quad (VI-29)$$

onde

$$\Delta L_1(\theta_n) = L_1(\theta_n) - \ell_1 \quad (VI-30)$$

$$\Delta L_2(\theta_n) = L_2(\theta_n) - \ell_2$$

como foi visto em (VI-17) e (VI-18).

$$L_2(\theta_n) = \left| [\ell_1^2 + 2(R^2 + \Omega d)(1 - \cos \theta_n) + 2RD \sin \theta_n]^{1/2} \right| \quad (VI-31)$$

$$L_2(\theta_n) = L_1(-\theta_n)$$

- resta, portanto, a definição dos l_{JI} para que o problema se torne solucionável. Pela análise feita para duas juntas ve-se que é mais conveniente começar a definição dos l pela extremidade livre do braço, portanto:

$$l_{Nn} = h \cos \left(\sum_{K=1}^n \theta_K \right)$$

(VI-32)

$$l_{N(n+1)} = \psi \cos \left(\sum_{K=1}^n \theta_K \right)$$

onde

ψ = distância do C.R. da enésima junta até o ponto de aplicação da carga (fig.41).

$$l_{(N-1)(n-1)} = h \cos \left(\sum_{K=1}^{(N-1)} \theta_K \right)$$

$$l_{(N-1)n} = \chi \cos \left(\sum_{K=1}^{(N-1)} \theta_K \right) + l_{Nn} \quad (VI-33)$$

$$l_{(N-1)(n+1)} = \chi \cos \left(\sum_{K=1}^{(N-1)} \theta_K \right) + l_{N(n+1)}$$

·
·
·
·
·

$$l_{B_2} = h \cos \left(\sum_{K=1}^2 \theta_K \right) \quad (VI-3)$$

$$l_{B_3} = \chi \cos \left(\sum_{K=1}^2 \theta_K \right) + l_{C_3}$$

$$l_{B_4} = \chi \cos \left(\sum_{K=1}^2 \theta_K \right) + l_{C_4}$$

⋮
⋮
⋮

$$l_{B(n-1)} = \chi \cos \left(\sum_{K=1}^2 \theta_K \right) + l_{C(n-1)} \quad (VI-34)$$

$$l_{Bn} = \chi \cos \left(\sum_{K=1}^2 \theta_K \right) + l_{Cn}$$

$$l_{B(n+1)} = \chi \cos \left(\sum_{K=1}^2 \theta_K \right) + l_{C(n+1)}$$

$$l_{A_1} = h \cos \theta_1$$

$$l_{A_2} = \chi \cos \theta_1 + l_{B_2}$$

(VI-35)

$$l_{A_3} = \chi \cos \theta_1 + l_{B_3}$$

⋮
⋮
⋮

$$l_{A(n-1)} = \chi \cos \theta_1 + l_{B(n-1)}$$

$$l_{An} = \chi \cos \theta_1 + l_{Bn}$$

$$\ell_{A(n+1)} = \chi \cos \theta_1 + \ell_{B(n+1)} \quad (\text{VI-35})$$

- esse conjunto de relações pode ainda ser representa
do numa forma condensada por:

$$\text{para } I = J \quad \ell_{JI} = h \cos \left(\sum_{K=1}^J \theta_K \right)$$

$$\text{para } I \neq J \quad \ell_{JI} = \chi \cos \left(\sum_{K=1}^J \theta_K \right) + \ell_{(J+1)I} \quad (\text{VI-36})$$

$$J = 1, 2, 3, \dots, N$$

$$I = J, J+1, J+2, \dots, N, N+1$$

$$\text{excessão:} \quad \ell_{N(n+1)} = \psi \cos \left(\sum_{K=1}^N \theta_K \right)$$

Para que haja uma compatibilidade total entre esta for
ma condensada e a original deve-se considerar que os índices J na
forma original são representados por letras, portanto:

J = 1 corresponderia A

J = 2 corresponderia B

J = 3 corresponderia C, e assim sucessivamente.

Desse modo o caso genérico está equacionado sem o a
trito. Esse sistema de equações é não linear. No capítulo VII se
rã proposta uma solução para êle.

A seguir será introduzido o atrito.

VI.4. Análise para uma junta com a introdução do atrito.

Para a introdução do atrito serão necessárias duas etapas devido aos dois tipos de atrito existentes.

A seguir será feita uma análise de uma junta esférica com a existência de atrito somente na junta, posteriormente será feita a análise do atrito nos cabos. Finalmente no item VI.5 será apresentado o problema genérico.

VI.4.1. Análise de uma junta genérica com atrito.

Como foi visto no item (V.1), ao se considerar o atrito nas juntas esféricas chega-se a uma equação que fornece o momento resistente (V-6). Essa equação está aqui repetida:

$$M_f = f \cdot r_e = \mu \frac{F}{\sin \alpha} r_e \quad (V-6)$$

onde

$$F = |\vec{F}| \cong |\vec{F}_1| + |\vec{F}_2| + |\vec{F}_3| + |\vec{F}_4| \quad (V-3)$$

Portanto, para efeito de cálculo do momento resistente consideram-se as contribuições devido aos quatro cabos.

Na (fig. 42a) está desenhada uma junta genérica, sem atrito, que está procurando encontrar sua posição de equilíbrio. Do que foi visto em (VI.1) conclui-se que a posição de equilíbrio existe para um ângulo θ diferente de zero graus.

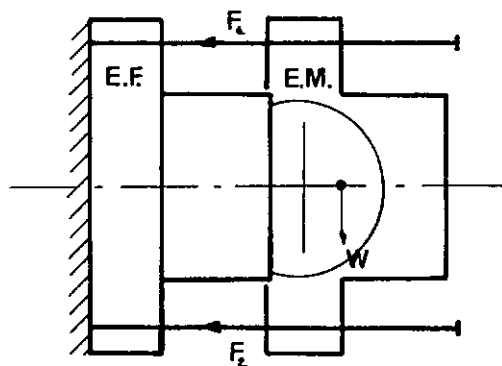


FIG-42a

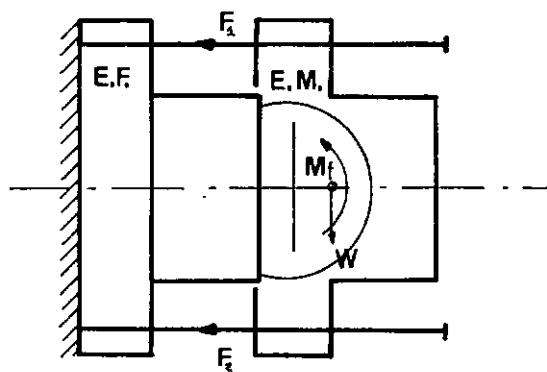


FIG-42b

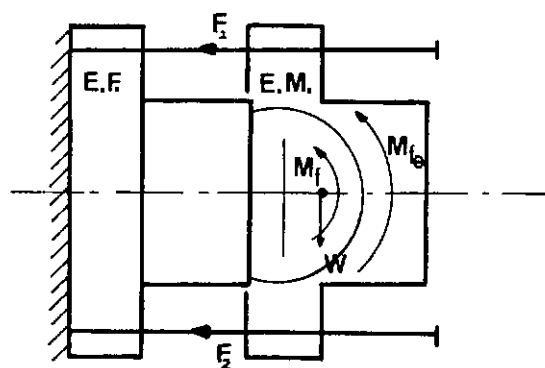


FIG-42c

$$\theta = 0^\circ \quad M_{fe} = 0$$

$$\theta \neq 0^\circ \quad M_{fe} \neq 0$$

FIG- 42 A atuação dos momentos resistentes.

Considerando o atrito passa então a existir uma componente a mais atuando na junta A (fig.42b). Nesse caso pode-se reescrever a equação de equilíbrio da junta:

$$\Sigma M_A = 0 \quad (VI-37)$$

$$F_1 a_1 + M_f - F_2 a_2 - Wl = 0$$

Com respeito a esse novo membro da equação de equilíbrio (M_f), é sabido que seu valor não é fixo. Ele varia desde o valor zero, para uma junta em equilíbrio sem tendência a se movimentar, até o valor $\mu N.r_e$, para uma junta ainda em equilíbrio porém, prestes a entrar em movimento.

Isto posto, pode-se concluir que, com a existência do atrito a posição de equilíbrio se alterará em relação à situação anterior, sem atrito.

Para facilidade de análise é conveniente modificar um pouco a forma de (VI-37):

$$F_1 a_1 + \mu N r_e = F_2 a_2 + Wl \quad (VI-38)$$

Ve-se que a equação acima apresenta duas possibilidades:

1. O primeiro membro é maior que o segundo. Nesse caso o equilíbrio se dará para θ igual a zero graus.
2. O segundo membro é maior que o primeiro. Nesse caso a posição de equilíbrio deixará de ser em θ igual a zero graus. O cor

rem então as seguintes etapas na procura da nova posição de equilíbrio:

a. O momento devido ao atrito já atingiu o seu máximo e o primeiro membro da equação foi superado. A junta começará a se mover.

b. Na procura da nova posição de equilíbrio o comportamento do sistema é idêntico ao que foi exposto na análise sem atrito (item VI.1), com a diferença que existe uma contribuição ao equilíbrio, que é dada por M_f (VI-38).

Diante do que foi exposto até aqui é razoável considerar que o equilíbrio será atingido para um ângulo inferior ao originado pelo problema sem atrito. Naturalmente está se considerando que a aplicação da carga ao sistema é feita de um modo quasi-estático. Com uma aplicação brusca e consequentes impactos começariam a entrar em jogo equilíbrios de energia e o problema se complicaria.

Pode-se então considerar que, com a adoção de algumas hipóteses simplificadoras, seria possível propor um modelo matemático para o problema de equilíbrio de uma junta esférica com a existência de atrito. Isso será feito no item (VI.4.3) após a análise do problema de atrito nos cabos.

VI.4.2. Análise de uma junta genérica com atrito nos cabos.

Como foi visto no item (V.2) chega-se a uma equação (V-19), que dá o momento resistente atuante na junta (fig.37). A

qui está a equação (V-19) para facilitar a análise:

$$M_{f\theta} = (f_{\theta_1} + f_{\theta_2}) \cdot R \quad (V.19)$$

$$f_{\theta_1} = F_1' (\ell^{\mu\theta} - 1) \quad (V-17)$$

$$f_{\theta_2} = F_2' (1 - \ell^{-\mu\theta}) \quad (V-18)$$

onde

μ = coeficiente de atrito.

Neste caso estão sendo considerados somente dois cabos para facilitar a análise, posteriormente serão feitas considerações a respeito de F_3 e F_4 .

Reconsiderando a (fig.42), e em particular a (fig.42c), vê-se que o momento resistente devido ao atrito dos cabos também fornece sua contribuição ao equilíbrio do sistema. É possível, então, reescrever a equação de equilíbrio da junta A:

$$\Sigma M_A = 0 \quad (VI-41)$$

$$F_1 a_1 + M_f + M_{f\theta} - F_2 a_2 - W\ell = 0$$

É interessante, portanto, refazer a análise do equilíbrio do sistema, complementando o que foi feito no item anterior. Agora serão considerados os dois tipos de atrito atuando conjuntamente.

$M_{f\theta}$ como já foi mencionado em (V.2) e pode ser compro-

vado analisando (V-19), tem o valor zero para θ igual a zero graus e aumenta exponencialmente com θ .

Para facilitar a análise, (VI-41) será ligeiramente modificada:

$$F_1 a_1 + M_f + M_{f\theta} = F_2 a_2 + Wl \quad (\text{VI-42})$$

A seguir será feita a análise do equilíbrio da equação (VI-42):

1. O primeiro membro é maior que o segundo. Nesse caso θ igual a zero graus será solução da equação. Como foi citado acima, nesta situação de θ igual a zero graus $M_{f\theta}$ tem valor nulo e não contribui em nada para o equilíbrio do sistema.

2. O segundo membro é maior que o primeiro. Nesse caso a posição de equilíbrio deixará de ser em θ igual a zero graus. A seguir serão descritas as etapas para se chegar a uma nova posição de equilíbrio:

a. M_f já atingiu o seu máximo, $M_{f\theta}$ tem valor nulo pois θ é igual a zero graus. Portanto, a junta começa a se mover.

b. Como há uma movimentação o ângulo θ está se tornando diferente de zero e aumentando. Começa, então, a haver uma contribuição devido a $M_{f\theta}$ na equação de equilíbrio.

c. Do mesmo modo como foi analisado no caso anterior vê-se que, agora, existe uma contribuição ainda maior ao equilíbrio devido as duas formas de atrito existentes.

Desenvolvendo uma linha de raciocínio análoga ao caso

anterior é razoável considerar que agora, com a atuação desses dois momentos resistentes o ângulo θ em que a equação entrará em equilíbrio, é menor do que no caso sem atrito.

Novamente é bom frisar que se está considerando uma aplicação de cargas quasi-estática.

Portanto, reunindo agora as considerações referentes aos dois tipos de atrito é possível traçar hipóteses simplificadas para poder propor um modelo matemático para o problema de uma junta esférica com atrito.

VI.4.3. Hipóteses simplificadoras para um modelo matemático de uma junta com atrito.

1. A aplicação das cargas deve ser de modo quasi-estático, portanto, o problema a ser analisado é estático.

2. Os momentos devidos ao atrito sempre se opõem ao movimento da junta. Para que (VI-42) seja válida é necessário asumir que a aplicação da carga será sempre no sentido de atuação da força gravitacional, de modo que não se tenham que considerar variações nos sinais de M_f e $M_{f\theta}$.

3. Com a retirada da carga atuante em um sistema nem sempre a junta retornará a sua posição original, pois o atrito atuante tende a se opor a qualquer movimentação, como já foi dito.

4. O modelo matemático a considerar seria a equação (VI-42). É necessário seguir a seguinte sequência na resolução do problema:

1.- testar se

$$F_1 a_1 + M_f + M_{f\theta} > F_2 a_2 + W\ell \quad (\text{VI-43})$$

se a expressão acima for verdadeira, então, θ igual a zero graus é solução do problema.

2.- se (1.) for falsa, então considerar (VI-42)

$$F_1 a_1 + M_f + M_{f\theta} = F_2 a_2 + W\ell \quad (\text{VI-42})$$

a solução desta equação dará o novo valor de θ .

VI.5. Análise para n juntas com atrito.

Tendo sido feita a análise para uma junta esférica com a inclusão do atrito, serão feitas agora considerações complementares que permitam a generalização do problema.

A inclusão do atrito altera fundamentalmente uma das hipóteses simplificadoras que foram assumidas no início do capítulo VI. A hipótese de que as forças se propagam ao longo dos cabos sem alteração. A seguir esse problema será analisado cuidadosamente.

VI.5.1. A propagação das forças ao longo dos cabos.

No modelo apresentado para o problema sem atrito foi proposto que as forças ao longo dos cabos eram da forma de (VI-28) e (VI-29), ou seja:

$$F = K |X_0 + \sum_{i=1}^N \Delta L (\theta_i)| \quad (VI-44)$$

N = número de juntas do braço

$\Delta L(\theta_i)$ leva em conta a variação do comprimento do cabo de aço com os vários flexionamento das juntas (ver capítulo IV).

Portanto, está sendo considerado somente o problema geométrico da variação do comprimento do cabo e o que essa variação acarreta em termos de variação na tensão.

No item (V.2.1) foi visto que ao se considerar o atrito existente entre os cabos e elementos cilíndricos (fig.37) fica evidenciado que o valor da tensão no cabo varia cada vez que ele sofre algum contato com mudança de direção.

Considerando (V.2.1) e as equações (V-17) e (V-18) chega-se a:

$$F_1'' = F_1' e^{\mu\theta} \quad (VI-45)$$

$$F_2'' = F_2' e^{-\mu\theta} \quad (VI-46)$$

O ângulo θ nesse caso diz respeito a uma única junta.

Prova-se facilmente que é possível estabelecer uma relação direta entre a tensão no cabo antes e depois de passar por uma série de juntas, bastando para isso considerar: θ como sendo o somatório de todas as mudanças de direção, e o coeficiente de atrito como sendo uniforme ao longo de todo o braço.

Supondo que a aplicação de cargas, como foi assumido na análise para uma junta, é quasi-estática pode-se então considerar que o cabo tem condições de se acomodar ao longo do braço devido ao atrito uniforme. Nesse caso, continua valendo aquele primeiro enfoque da influência na tensão devido a variação geométrica do comprimento do cabo.

Diante disso é possível reunir esses dois conceitos e propor um modelo matemático para descrever a variação das forças ao longo dos cabos:

$$F_{1i}'' = F_1' \left| \exp \left(\mu \sum_{i=1}^n [\theta_i] \right) \right| \quad (\text{VI-47})$$

$$F_{2i}'' = F_2' \left| \exp \left(-\mu \sum_{i=1}^n [\theta_i] \right) \right| \quad (\text{VI-48})$$

$$F_1' = K_1 \left[X_{01} + \sum_{i=1}^N \Delta L (\theta_i) \right] \quad (\text{VI-49})$$

$$F_2' = K_2 \left[X_{02} + \sum_{i=1}^N \Delta L_2 (\theta_i) \right] \quad (\text{VI-50})$$

$$n = N, N-1, N-2, \dots, 2, 1$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N$$

$$\exp(Z) = e^Z$$

N = número total de juntas do braço

n = índice que corresponde ao número de juntas que estão sendo consideradas na equação de equilíbrio.

i = número da junta que está sendo analisada

F''_{1i} e F''_{2i} são as forças que estão efetivamente equilibrando o sistema na junta em que se está analisando o equilíbrio.

F'_1 e F'_2 são as forças existentes nos cabos sem considerar o atrito. São originadas pelo sistema de tensionamento. Podem ser avaliadas comparando o comprimento das molas antes e depois da deflexão do braço.

Tendo sido feita essa análise das forças resta estabelecer um modo de introduzir o atrito no modelo matemático para n juntas (VI-26).

Seguindo o mesmo sistema utilizado no item (VI.3) serão consideradas as análises das juntas sempre a partir do engaste em direção a extremidade do braço. Será considerado quando da análise de uma nova junta, que os componentes do braço que se situam em direção ao engaste podem ser considerados rígidos, pois estão em equilíbrio (fig. 43).

Dentro desse enfoque será considerado:

1- O momento resistente devido ao atrito na junta a tua somente na junta em análise (fig. 43). Será empregada a equação (V-6) já adaptada ao novo conceito de forças nos cabos (item VI.5.1):

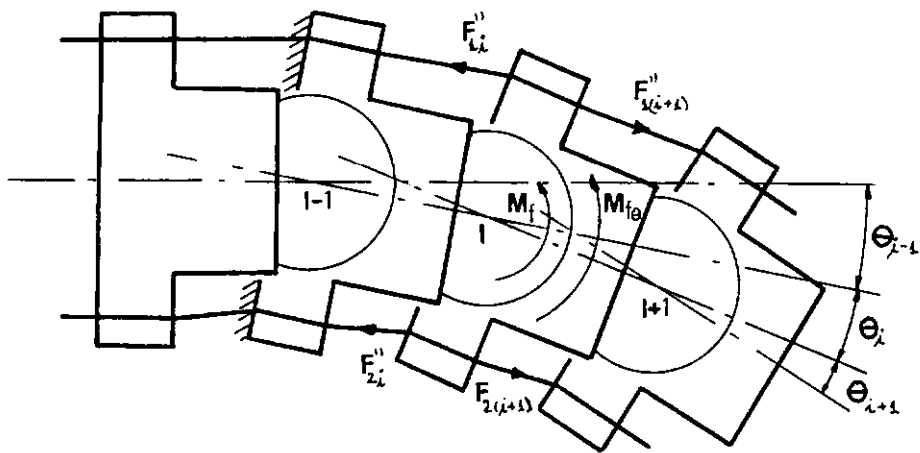


FIG- 43 Equilíbrio das juntas.

$$M_{fi} = f_i \cdot r_e = \mu \cdot \frac{F_i}{\sin \alpha} \cdot r_e \quad (\text{VI-51})$$

onde

$$F_i = |\vec{F}_i| = |\vec{F}_{1i}''| + |\vec{F}_{2i}''| + |\vec{F}_{3i}''| + |\vec{F}_{4i}''|$$

F_{1i}'' e F_{2i}'' são da forma (VI-47) e (VI-48).

F_{3i}'' e F_{4i}'' serão considerados devidamente quando da solução do sistema no capítulo VII.

2. O momento resistente devido ao atrito nos cabos também atua somente na junta em análise (fig. 43). Para esse cálculo de momento será empregada a equação (V-19) ligeiramente modificada e já adaptada ao que foi visto em (VI.5.1):

$$M_{f\theta i} = (f_{\theta 1i} + f_{\theta 2i}) \cdot R \quad (\text{VI-52})$$

$$f_{\theta 1i} = F_{1i}'' [\exp(1 - \mu\theta_i)] \quad (\text{VI-53})$$

$$f_{\theta 2i} = F_{2i}'' [\exp(\mu\theta_i - 1)] \quad (\text{VI-54})$$

θ_i = ângulo de dobramento da junta i

F_{1i}'' e F_{2i}'' são dados por (VI-47) e (VI-48)

3. Os momentos resistentes sempre se opõem ao movimento da junta. Para a equação de equilíbrio os momentos devido as

forças tem o sentido horário como sendo o positivo e o ângulo θ_i tem orientação contrária, ou seja, anti-horária. Portanto, será convencionado nas equações de equilíbrio que M_{fi} e $M_{f\theta i}$ entrarão com o sinal de θ_i , ou seja:

$$M_{fi} = \text{sign}(\theta_i) f_i \cdot r_e \quad (\text{VI-55})$$

$$M_{f\theta i} = \text{sign}(\theta_i) |f_{\theta 1i} + f_{\theta 2i}| \cdot R \quad (\text{VI-56})$$

Para que isso seja válido é importante considerar a hipótese de que as cargas são aplicadas a partir de uma posição de repouso e sempre em um só sentido.

Estando com todos esses conceitos fixados é possível e laborar o modelo matemático para um conjunto com n juntas, e considerando o atrito.

A partir de (VI-26), (VI-47), (VI-48), (VI-55) e (VI-56) pode-se escrever:

$$\begin{aligned} F''_{11} a_1 + M_{f1} + M_{f\theta 1} - F''_{21} a_2 - W_1 \ell_{A1} - W_2 \ell_{A2} \dots W_n \ell_{An} - P \ell_{A(n+1)} &= 0 \\ F''_{12} b_1 + M_{f2} + M_{f\theta 2} - F''_{22} b_2 - W_2 \ell_{B2} - W_3 \ell_{B3} \dots W_n \ell_{Bn} - P \ell_{B(n+1)} &= 0 \\ \vdots & \\ F''_{1(n-1)} m_1 + M_{f(n-1)} + M_{f\theta(n-1)} - F''_{2(n-1)} m_2 \dots - W_n \ell_{Mn} - P \ell_{M(n+1)} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{VI-57})$$

$$F_{1n}'' n_1 + M_{fn} + M_{f\theta n} - F_{2n}'' n_2 - W_n \ell_{Nn} - P \ell_{N(n+1)} = 0 \quad (\text{VI-57})$$

a_1 e a_2 idênticos a (VI-9) e (VI-10)

b_1 e b_2 idênticos a (VI-11) e (VI-12)

·
·
·

m_1 e m_2 idênticos a (VI-27) para $\theta = \theta_{(n-1)}$

n_1 e n_2 idênticos a (VI-27)

F_{1i}'' e F_{2i}'' idênticos a (VI-47) e (VI-48)

M_{fi} obtido de (VI-55)

$M_{f\theta i}$ obtido de (VI-56)

$\ell_{A_1}, \ell_{A_2}, \text{ etc}$ obtido de (VI-36)

$\ell_{B_2}, \ell_{B_3}, \text{ etc.}$ obtido de (VI-36)

·
·
·

$\ell_{Nn}, \ell_{N(n+1)}$ obtido de (VI-36)

Para a aplicação deste modelo devem ser observadas as hipóteses simplificadoras apresentadas em (VI.4.3). Todas as hipóteses são válidas com excessão da última, que estabelecia um teste devido a indeterminação do valor do momento resistente. Ao se tra

balhar com n juntas é impossível fazer esse teste. Esse modelo apresenta uma indeterminação. Mas, considerando que o atrito sempre se opõe a qualquer tentativa de movimento é razoável extrapolar que, o comportamento observado em uma junta é válido também para um conjunto de n juntas.

Nas medições efetuadas com o protótipo constata-se que realmente há uma influência muito grande devido ao atrito e que , em termos de posição de equilíbrio, não há essa indeterminação a apresentada pelo modelo matemático.

Este é um sistema não linear de n equações a n incôgnitas. As equações apresentam descontinuidades devido a introdução dos termos originados pelos momentos resistentes. Este sistema de equações apresenta um grau de dificuldade bem superior à situação anterior em que não se considerava o atrito.

CAPITULO VII

RESOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES

O sistema de equações a que se chegou é não linear e apresenta funções descontínuas, como se pode notar em (VI-57).

A sua resolução do modo como se apresenta é um problema extremamente complexo. Neste capítulo será, portanto, apresentada a resolução do sistema sem considerar o atrito nas juntas esféricas. Será solucionado o problema como foi visto em (VI-26). Ainda neste capítulo é apresentada a solução considerando o atrito nos cabos e a sua influência na propagação das forças. Essa comparação de resultados é importante para demonstrar a influência devida ao atrito. Esse tipo de influência do atrito não causa descontinuidades ao sistema de equações. Isto posto, é importante levar em conta que a resolução de (VI-26) por um método analítico é muito trabalhosa, senão impossível. Foi então empregado um método numérico.

Optou-se pelo método desenvolvido por BROWN e CONTE¹⁵. Esse algoritmo tem uma convergência aproximadamente quadrática e é computacionalmente mais rápido que o algoritmo de Newton-Raphson. Ele requer $(N^2/2 + 3N/2)$ avaliações de função por passo de iteração contra (N^2+N) avaliações requeridas pelo método de Newton.

O algoritmo está sendo empregado na forma da subrotina NLSYS1¹⁶. A seguir será feita uma descrição do modo de utilização de NLSYS1.

VII.1. Utilização de NLSYS1

A subrotina NLSYS1 se apresenta sob a forma:

```
SUBROUTINE NLSYS1(N,X,NUMSIG,MAXIT,IPRINT,IRF).
```

Pode-se dividir os parâmetros em:

Parâmetros de entrada:

N = número de equações (ou número de incógnitas).

X = vetor aproximação inicial da solução.

NUMSIG = número de algarismos significativos.

MAXIT = número máximo de iterações permitido.

IPRINT = impressão de valores intermediários se IPRINT=1.

IRF = índice de referência que controla o modo de operação. Será posteriormente mais detalhado.

Parâmetros de saída:

MAXIT = número de iterações utilizado.

X = vetor solução do problema ou a melhor aproximação conseguida.

A subrotina NLSYS1 utiliza ainda duas subrotinas auxiliares. São elas: BACK e AUXFCN.

BACK realiza operações intermediárias de NLSYS1, permanece inalterável pois independe do problema que se está analisando.

AUXFCN depende do problema em análise. É construída especialmente para cada problema.

Ela é montada a partir do sistema de equações não lineares que está sendo estudado:

$$f_1(x_1, x_2, x_3, \dots x_n) = 0$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, \dots x_n) = 0 \quad (\text{VII-1})$$

·
·
·
·
·

$$f_n(x_1, x_2, x_3, \dots x_n) = 0$$

Para se montar AUXFCN modifica-se ligeiramente o sistema acima:

$$f_1(x_1, x_2, x_3, \dots x_n) = F_1$$

(VII-2)

$$f_2(x_1, x_2, x_3, \dots x_n) = F_2$$

·
·
·
·
·

$$f_n(x_1, x_2, x_3, \dots x_n) = F_n$$

Durante a operação de NLSYS1 ela gera um índice k que orienta qual a expressão F_k que deve ser calculada por AUXFCN. Para esse cálculo o vetor X é trazido de NLSYS1.

Após calculado o valor de F_k haverá o retorno dos valores calculados para NLSYS1

AUXFCN apresenta os seguintes parâmetros:

SUBROUTINE AUXFCN (X, F, K, IRF)

1. Parâmetros de entrada

X = é o vetor solução do problema. É trazido de NLSYS1 para ser utilizado em AUXFCN.

K = Índice gerado por NLSYS1, varia entre 1 e N e orienta qual expressão será calculada utilizando X de modo a obter F_k

IRF = Índice de referência trazido de NLSYS1 de modo a orientar o modo de operação de AUXFCN.

2. Parâmetros de retorno:

X = vetor solução, retorna inalterado.

F = retorna com o valor da k-ésima expressão do sistema $F=F_k(X)$.

Desse modo está definido o modo de operar de NLSYS1. No apêndice podem ser encontradas as listagens correspondentes às subrotinas aqui citadas.

A seguir serão feitas considerações sobre a adequação do modelo teórico ao protótipo.

VII.2. Resolução de um sistema de equações para oito juntas sem atrito.

Neste item serão feitas as adaptações necessárias de

modo a adequar o problema genérico ao protótipo que foi construído e testado e cujas características estão descritas no capítulo (II).

O protótipo foi testado com uma seção central, sete elementos cilíndricos comuns e um elemento da extremidade. Desse modo há oito juntas esféricas a considerar e, portanto, é necessário reduzir o sistema (VI-26) a oito equações:

$$F_1 a_1 - F_2 a_2 - W_1 \ell_{A_1} - W_2 \ell_{A_2} - W_3 \ell_{A_3} - W_4 \ell_{A_4} - W_5 \ell_{A_5} - W_6 \ell_{A_6} - W_7 \ell_{A_7} -$$

$$W_8 \ell_{A_8} - P \ell_{A_9} = 0$$

$$F_1 b_1 - F_2 b_2 - W_2 \ell_{B_2} - W_3 \ell_{B_3} - W_4 \ell_{B_4} - W_5 \ell_{B_5} - W_6 \ell_{B_6} - W_7 \ell_{B_7} -$$

$$W_8 \ell_{B_8} - P \ell_{B_9} = 0$$

$$F_1 c_1 - F_2 c_2 - W_3 \ell_{C_3} - W_4 \ell_{C_4} - W_5 \ell_{C_5} - W_6 \ell_{C_6} - W_7 \ell_{C_7} - W_8 \ell_{C_8} - P \ell_{C_9} = 0$$

$$F_1 d_1 - F_2 d_2 - W_4 \ell_{D_4} - W_5 \ell_{D_5} - W_6 \ell_{D_6} - W_7 \ell_{D_7} - W_8 \ell_{D_8} - P \ell_{D_9} = 0 \quad (\text{VII-1})$$

$$F_1 e_1 - F_2 e_2 - W_5 \ell_{E_5} - W_6 \ell_{E_6} - W_7 \ell_{E_7} - W_8 \ell_{E_8} - P \ell_{E_9} = 0$$

$$F_1 f_1 - F_2 f_2 - W_6 \ell_{F_6} - W_7 \ell_{F_7} - W_8 \ell_{F_8} - P \ell_{F_9} = 0$$

$$F_1 g_1 - F_2 g_2 - W_7 \ell_{G_7} - W_8 \ell_{G_8} - P \ell_{G_9} = 0$$

$$F_1 h_1 - F_2 h_2 - W_8 \ell_{H_8} - P \ell_{H_9} = 0$$

A este sistema de equações aplicam-se todas as convenções vistas no item (V.1) (figs. 27 e 28). Foi assumido também que somente as forças F_1 e F_2 eram responsáveis pelo equilíbrio, porém, devido a facilidades existentes no dispositivo de testes, todas as medições foram realizadas com o braço girado de 45 graus. Como se ve na (fig. 44) isso traz como consequências a mudança do valor R e contribuições significativas ao equilíbrio da parte de F_3 e F_4 .

Portanto, reconsiderando (VI-28) e (VI-29) e levando em conta a modificação no valor de R pode-se definir F_1 e F_2 do sistema (VII-1) como sendo:

$$F_1 = F_1^* + F_3^* \quad (\text{VII-2})$$

$$F_2 = F_2^* + F_4^* \quad (\text{VII-3})$$

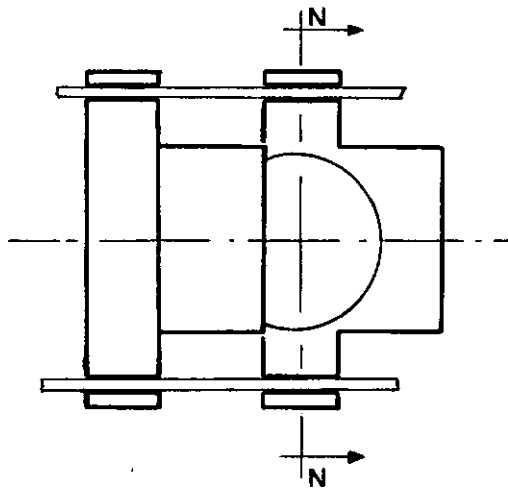
onde

$$F_1^* = K_1 \left[X_{01} + \sum_{i=1}^8 \Delta L_1 (\theta_i) \right] \quad (\text{VII-4})$$

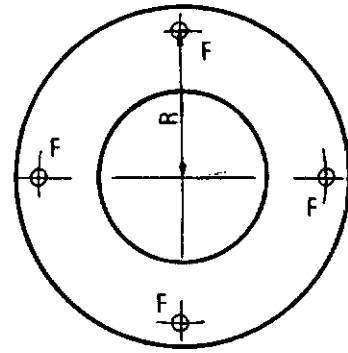
$$F_2^* = K_2 \left[X_{01} + \sum_{i=1}^8 \Delta L_2 (\theta_i) \right] \quad (\text{VII-5})$$

F_3^* e F_4^* podem ser definidas de modo análogo:

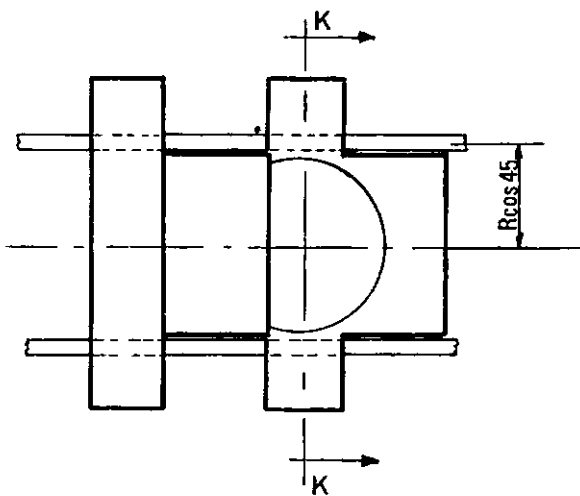
$$F_3^* = K_3 \left[X_{03} + \sum_{i=1}^8 \Delta L_1 (\theta_i) \right] \quad (\text{VII-6})$$



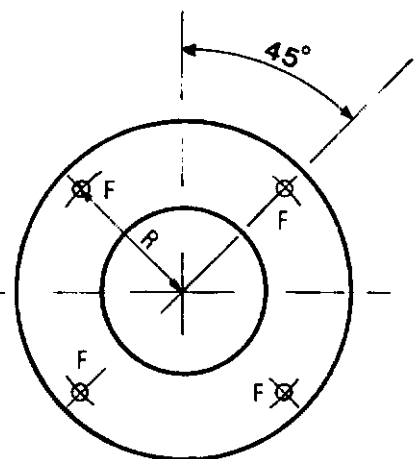
POSIÇÃO DE ANÁLISE



CORTE N-N



POSICAO DE TESTE



CORTE K-K

FIG- 44 Posição de teste e de análise.

$$F_4^* = K_4 \left[X_{04} + \sum_{i=1}^8 \Delta L_2(\theta_i) \right] \quad (\text{VII-7})$$

e sabe-se ainda que

$$\Delta L_1(\theta_i) = L_1(\theta_i) - \ell_1 \quad (\text{VII-8})$$

$$\Delta L_2(\theta_i) = L_2(\theta_i) - \ell_2 = L_1(-\theta_i) - \ell_1 \quad (\text{VII-9})$$

adotando $R' = R \cdot \sin(45^\circ)$, então, de (VI-31)

$$L_1(\theta_i) = \left[[\ell^2 + 2(R'^2 + \Omega d)(1 - \cos\theta_i) + 2R'D \sin\theta_i]^{1/2} \right] \quad (\text{VII-10})$$

R também influencia as distâncias do centro de rotação até as linhas de ação de F_1 e F_2 , ou seja, de (VI-27):

$$n_1(\theta_i) = \left[\frac{-DR' \cos\theta_i - (R'^2 + \Omega d) \sin\theta_i}{[\ell^2 + 2(R'^2 + \Omega d)(1 - \cos\theta_i) + 2R'D \sin\theta_i]^{1/2}} \right] \quad (\text{VII-11})$$

Na avaliação dos ℓ_{A_1} , ℓ_{A_2} , ℓ_{B_3} , etc pode ser empregada a fórmula (VI-36). Ela se adapta perfeitamente ao presente caso bastando considerar que ocorrerá uma excessão correspondendo ao elemento da extremidade pois suas dimensões diferem dos demais

elementos.

Ainda procurando adaptar o modelo matemático ao protótipo é possível fazer algumas simplificações:

$W_1 = W_2 = W_3 = W_4 = W_5 = W_6 = W_7 = W$; pois são elementos cilíndricos comuns (fig.15). No valor de W está incluído o peso correspondente a esfera de rolamento utilizada.

W_8 possui peso diferente pois é um elemento da extremidade (fig. 16).

P corresponde a carga aplicada na extremidade do braço para avaliação de sua deflexão estática.

Desse modo estão definidos todos os termos existentes em (VII-1). Resta agora atribuir valores as várias grandezas existentes e poder-se-á chegar a uma solução numérica para o problema sem atrito.

Para essa solução numérica serão adotados os valores característicos constantes em (VIII.2.1.) e as dimensões foram retiradas do protótipo testado e podem ser consultadas nos desenhos respectivos.

Foram adotados os seguintes dados:

a) geométricos

$$h \approx 8,9 \text{ mm}$$

$$\chi \approx 23,3 \text{ mm}$$

$$R \approx 19,0 \text{ mm}$$

$$d \approx 5,4 \text{ mm}$$

$$L \approx 13,5 \text{ mm}$$

b) Rigidez das molas

foram utilizados os valores medidos e apresentados

em (VIII.2.1)

c) Tensões iniciais.

foram utilizados os mesmos valores das medições.

d) Pesos dos componentes.

$W = 0,09 \text{ Kg}$ (=peso elemento + peso esfera + peso limitador)

$W_8 = 0,15 \text{ Kg}$ (=peso elemento extre. + peso extre. das molas)

e) Cargas

as mesmas utilizadas nas medições.

O programa foi elaborado de modo a se entrar com os valores da aproximação inicial dos ângulos em graus. A solução do problema, que é obtida através de NLSYS1, é na forma angular. Essa solução é trabalhada pela subrotina DEFLEX que dará então a resposta em termos de deflexões, desse modo pode-se comparar os valores teóricos com os experimentais.

É importante frisar que não foram considerados os limitadores de ângulo.

As listagens do programa, bem como das coluções podem ser encontradas no Apêndice I junto a subrotina NLSYS1.

Na tabela (VII-I) a seguir, estão tabelados os valores obtidos para o problema sem atrito. Esses resultados serão posteriormente plotados em gráfico (fig.45) para uma análise mais detalhada. Esse gráfico tem por objetivo mostrar somente uma tendência, não se trata de uma curva. Estão plotadas deflexões X pontos de medição.

		cargas (Kg)					
		ptos	0,50	0,79	1,00	1,42	2,00
1ª série	3	5,76	6,67	7,24	8,22	9,34	
	5	26,65	30,74	33,20	37,25	41,56	
	8	58,23	67,45	72,90	81,69	90,81	
	10	66,98	78,44	85,40	96,99	109,67	
2ª série	3	4,19	5,04	5,59	6,55	7,65	
	5	19,65	23,69	26,23	30,54	35,25	
	8	43,44	52,80	58,61	68,34	78,77	
	10	50,38	61,95	69,26	81,79	95,73	
3ª série	3	3,63	4,43	4,95	5,87	6,95	
	5	17,09	20,93	23,40	27,67	32,43	
	8	38,10	47,08	52,79	62,58	73,31	
	10	44,78	55,92	63,12	75,69	89,92	
4ª série	3	3,19	3,94	4,43	5,31	6,36	
	5	15,11	18,71	21,07	25,23	29,97	
	8	33,94	42,43	47,96	57,61	68,45	
	10	40,43	51,05	58,04	70,45	84,77	

TABELA VII - I

VII.3. Resolução de um sistema de oito juntas considerando atrito nos cabos.

No item (VII.2) foi resolvido o problema sem atrito devido as descontinuidades que os momentos resistentes, atuantes nas juntas, introduziam nas equações. Agora será proposta uma solução introduzindo somente o atrito nos cabos. Atrito esse que faz com que as forças se modifiquem em sua propagação ao longo dos cabos. A introdução desse atrito não causa descontinuidades nas equações.

Portanto, utilizando as expressões (VII-2) e (VII-3) ligeiramente modificadas, chega-se a:

$$F_1'' = F_{1i}'' + F_{3i}'' \quad (\text{VII-12})$$

$$F_2'' = F_{2i}'' + F_{4i}''$$

onde F_{1i}'' e F_{2i}'' são definidas como em (VI-47) e (VI-48). F_{3i}'' e F_{4i}'' podem ser definidas de modo análogo:

$$F_{1i}'' = F_1' \left[\exp \left(\mu \sum_{i=1}^n |\theta_i| \right) \right] \quad (\text{VI-49})$$

$$F_{2i}'' = F_2' \left[\exp \left(-\mu \sum_{i=1}^n |\theta_i| \right) \right] \quad (\text{VI-50})$$

$$F_{3i}'' = F_3' \left[\exp \left(\mu \sum_{i=1}^n |\theta_i| \right) \right] \quad (\text{VII-14})$$

	0,50			0,79			1,00			1,42			2,00		
μ	0,2	0,3	0,4	0,2	0,3	0,4	0,2	0,3	0,4	0,2	0,3	0,4	0,2	0,3	0,4
3	3,84	3,17	2,66	4,57	3,79	3,19	5,04	4,20	3,53	5,88	4,90	4,13	6,85	5,72	4,80
5	18,97	16,10	13,81	22,61	19,37	16,73	24,89	21,44	18,58	28,75	24,97	21,74	33,00	28,87	25,23
8	42,71	36,66	31,66	51,48	44,70	39,33	56,85	50,02	44,17	65,78	58,63	52,38	75,32	67,91	61,29
10	48,37	41,28	35,50	58,91	51,11	44,59	65,49	57,33	50,42	76,68	68,00	60,52	89,13	79,93	71,86

3	2,55	2,06	1,71	3,15	2,55	2,11	3,55	2,88	2,39	4,29	3,50	2,91	5,19	4,25	3,53
5	12,77	10,57	8,91	15,87	13,21	11,18	17,93	15,00	12,73	21,63	18,24	15,56	25,94	22,09	18,96
8	29,07	24,22	20,45	36,76	31,04	26,50	41,82	35,61	30,62	50,76	43,84	38,16	60,96	53,45	47,11
10	33,05	27,29	22,87	42,37	35,51	30,14	48,57	41,08	35,12	59,69	51,25	44,37	72,73	63,41	55,63

3	2,14	1,72	1,42	2,67	2,15	1,78	3,04	2,45	2,02	3,72	3,00	2,48	4,56	3,70	3,06
5	10,81	8,89	7,47	13,58	11,21	9,44	15,46	12,81	10,81	18,91	15,79	13,38	23,06	19,43	16,55
8	24,88	20,62	17,37	31,82	26,67	22,68	36,50	30,82	26,36	45,00	38,49	33,26	55,03	47,75	41,72
10	28,71	23,61	19,76	37,21	30,99	26,21	42,99	36,08	30,71	53,61	45,60	39,24	66,42	57,35	49,91

3	1,85	1,48	1,22	2,32	1,86	1,53	2,65	2,12	1,75	3,27	2,62	2,16	4,05	3,27	2,69
5	9,38	7,68	6,44	11,85	9,74	8,18	13,56	11,17	9,39	16,75	13,89	11,71	20,69	17,29	14,61
8	21,81	18,04	15,20	28,10	23,46	19,92	32,41	27,22	23,23	40,39	34,31	29,52	50,07	43,11	37,24
10	25,59	21,02	17,62	33,36	27,71	23,43	38,73	32,38	27,52	48,77	41,25	35,37	61,17	52,45	45,20

$$F_{4i}'' = F_{4i}' \left| \exp \left(-\mu \sum_{i=1}^n |\theta_i| \right) \right| \quad (\text{VII-15})$$

onde

$$F_1' \text{ é idêntico a } F_1^* \quad (\text{VII-4})$$

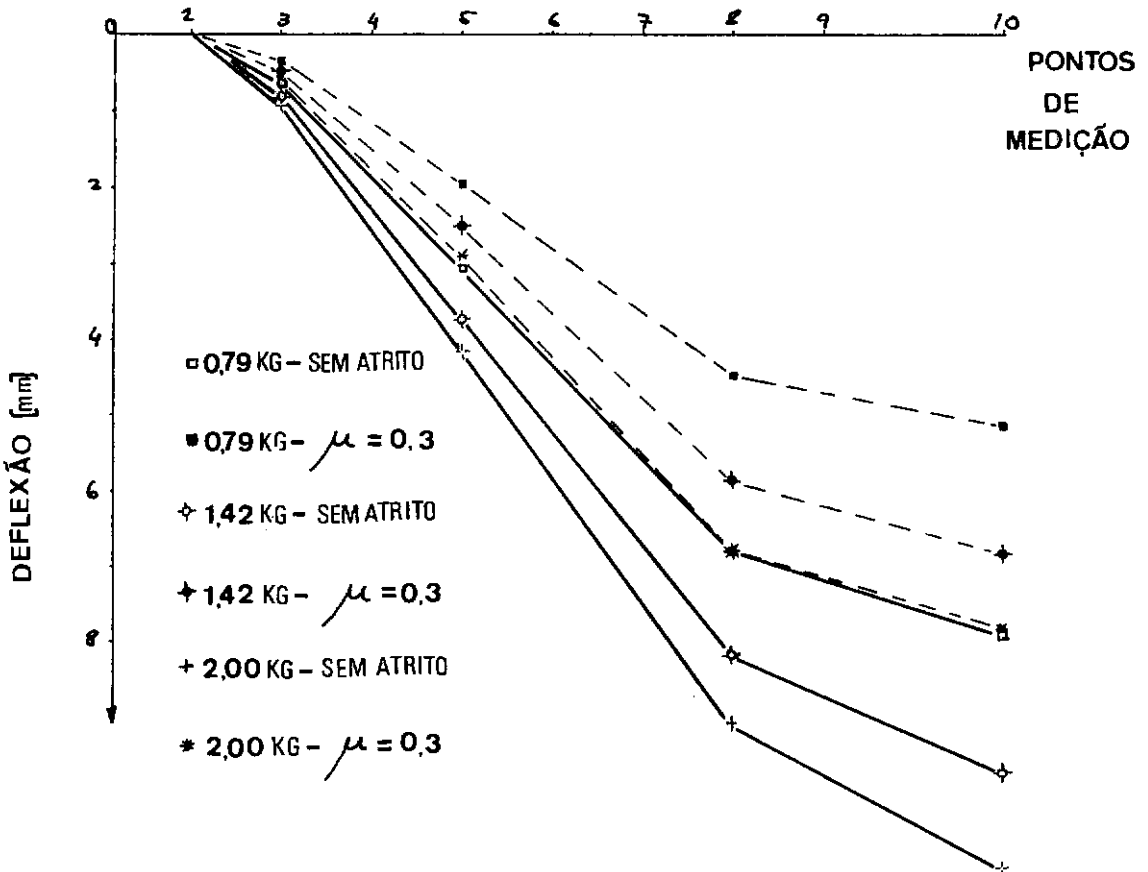
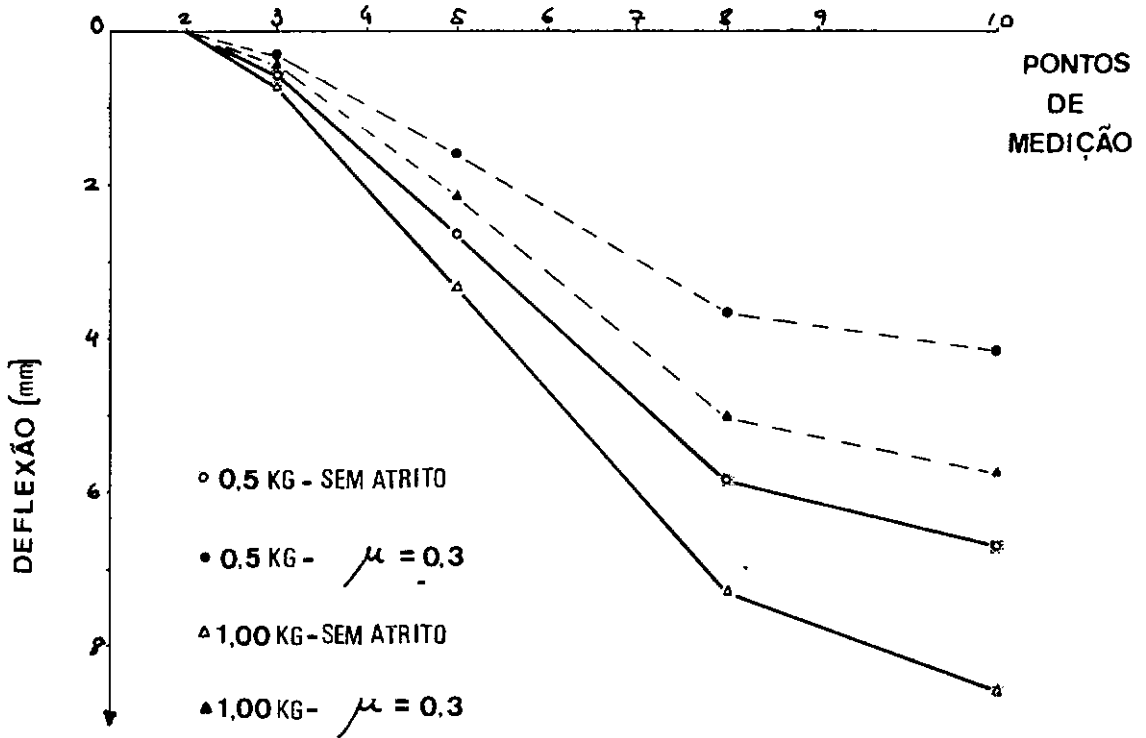
$$F_2' \text{ é idêntico a } F_2^* \quad (\text{VII-5})$$

$$F_3' \text{ é idêntico a } F_3^* \quad (\text{VII-6})$$

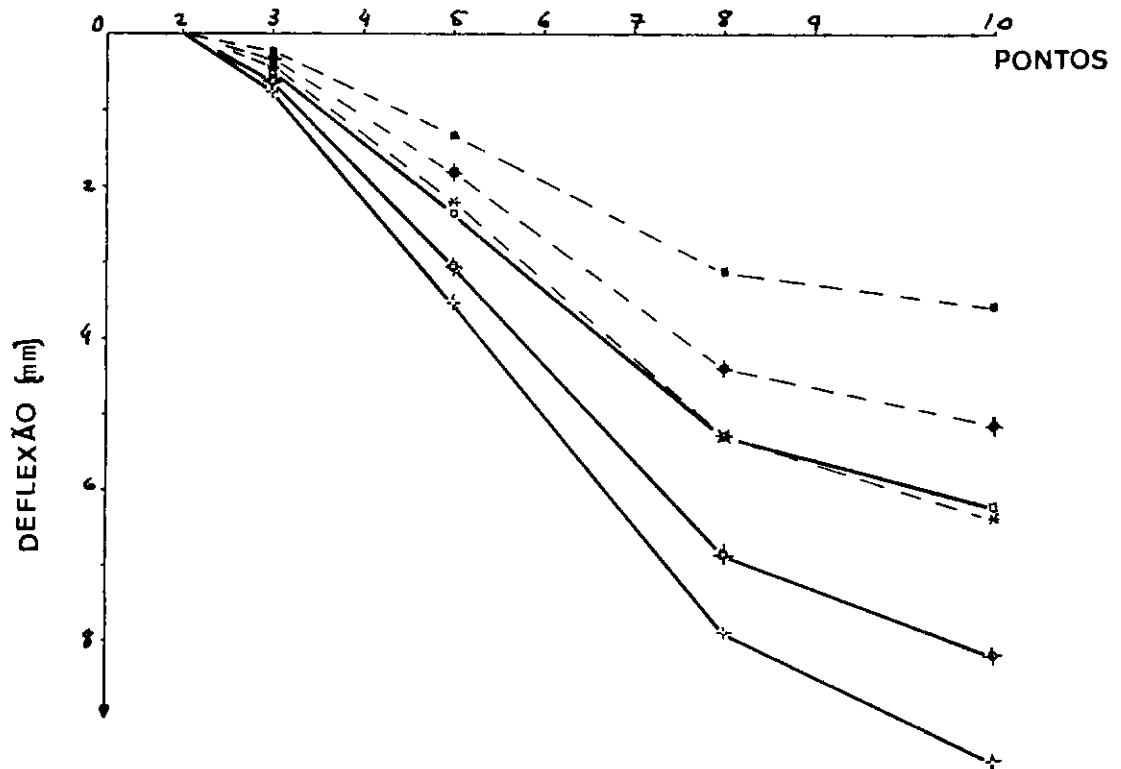
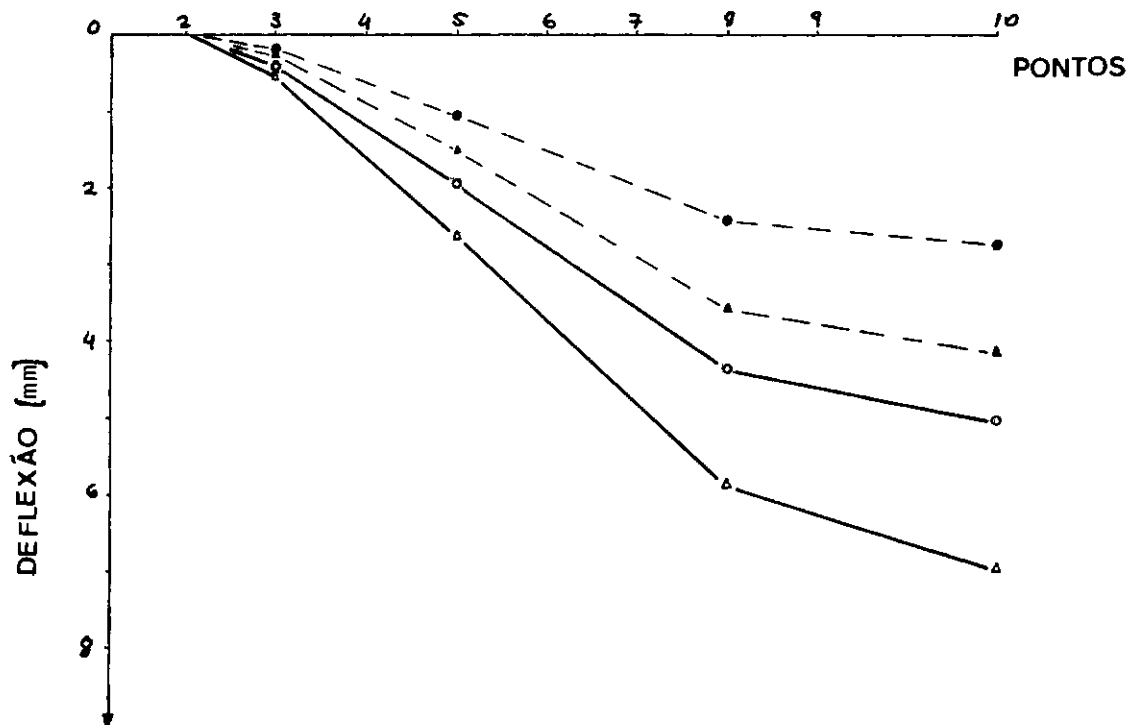
$$F_4' \text{ é idêntico a } F_4^* \quad (\text{VII-7})$$

Utilizando o mesmo programa com uma pequena alteração para introduzir esse atrito chega-se aos valores da tabela(VII-II).

Como há uma indeterminação muito grande quanto ao coeficiente de atrito estão tabelados os valores correspondentes a $\mu = 0,2$; $\mu = 0,3$; $\mu = 0,4$. Esses valores estão também listados no Apêndice I e serão posteriormente plotados na (fig.45). Aliás esses pontos plotados conjuntamente com os da solução sem atrito mostram o importante papel desempenhado pelo atrito e pela tensão inicial dos cabos no mecanismo de sustentação do braço.

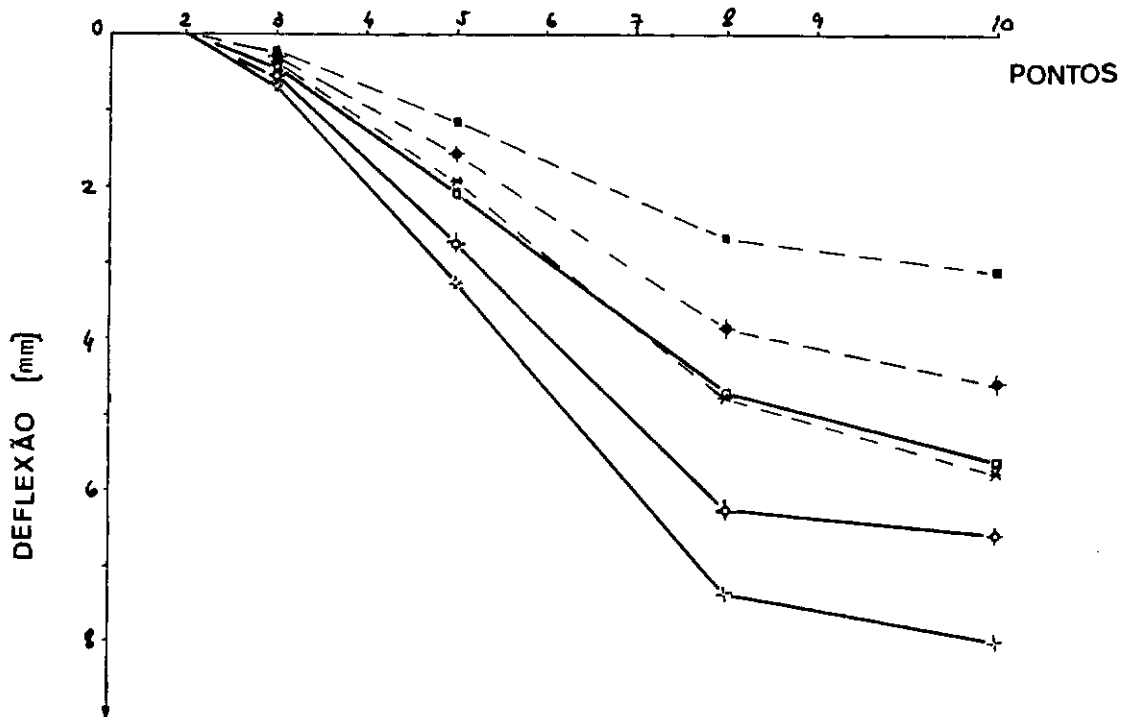
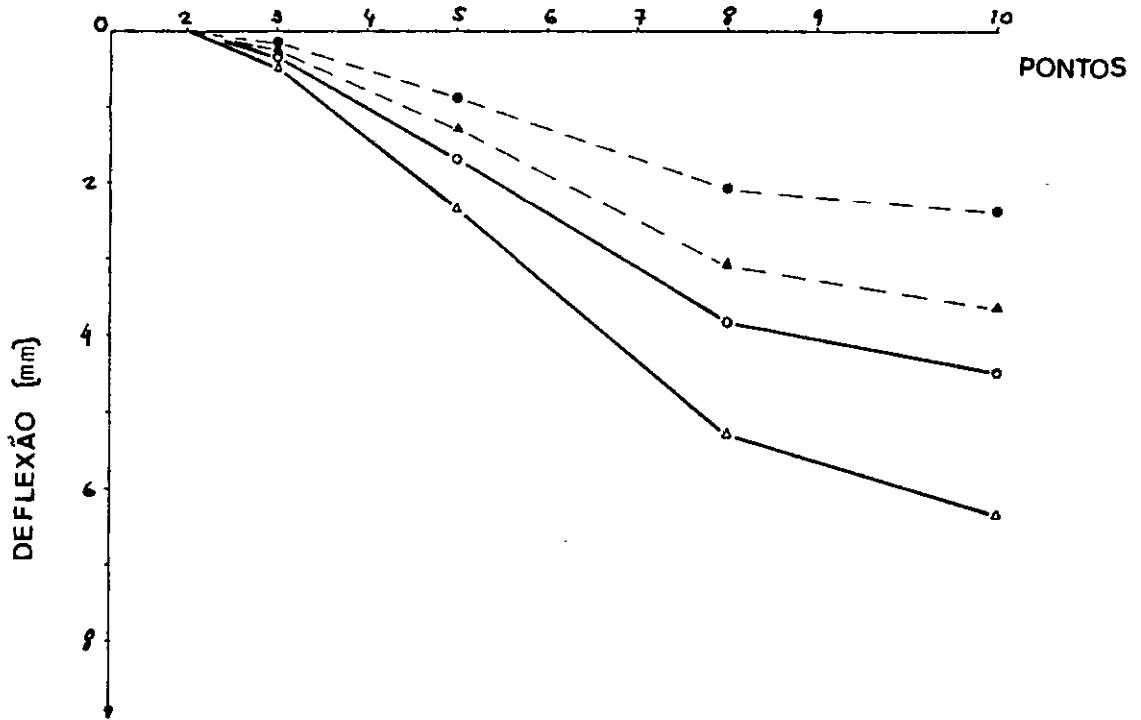


FIG= 4.5a 1ª série de tensões (tab. VII-1 e -11)



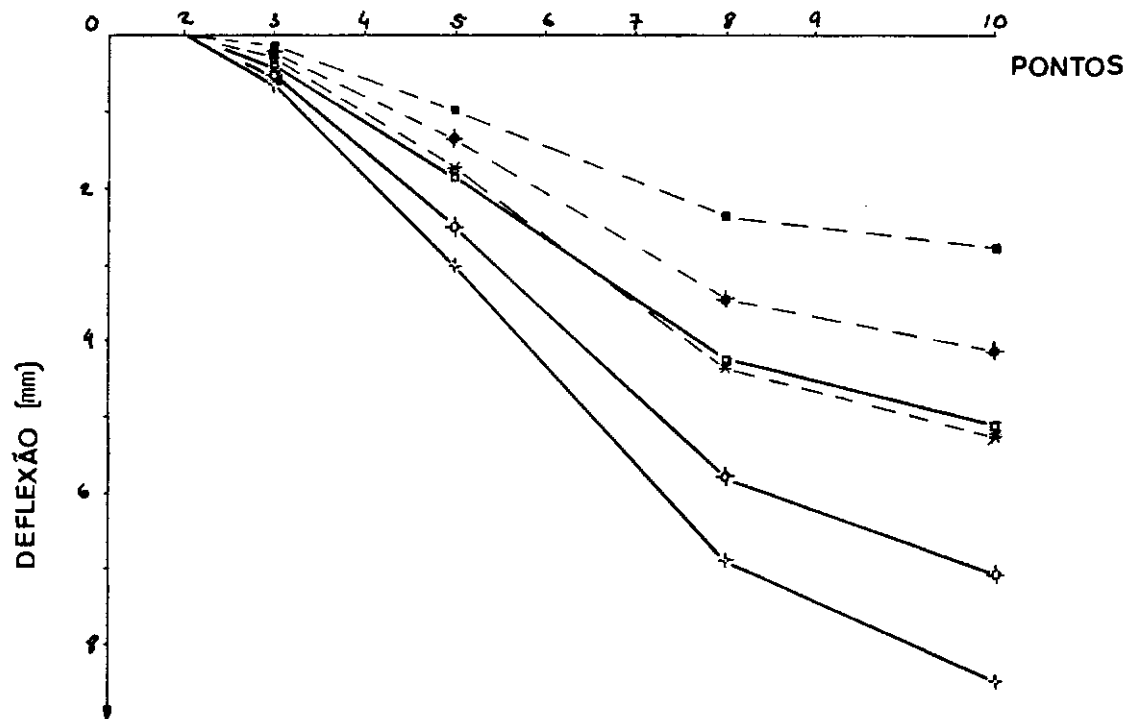
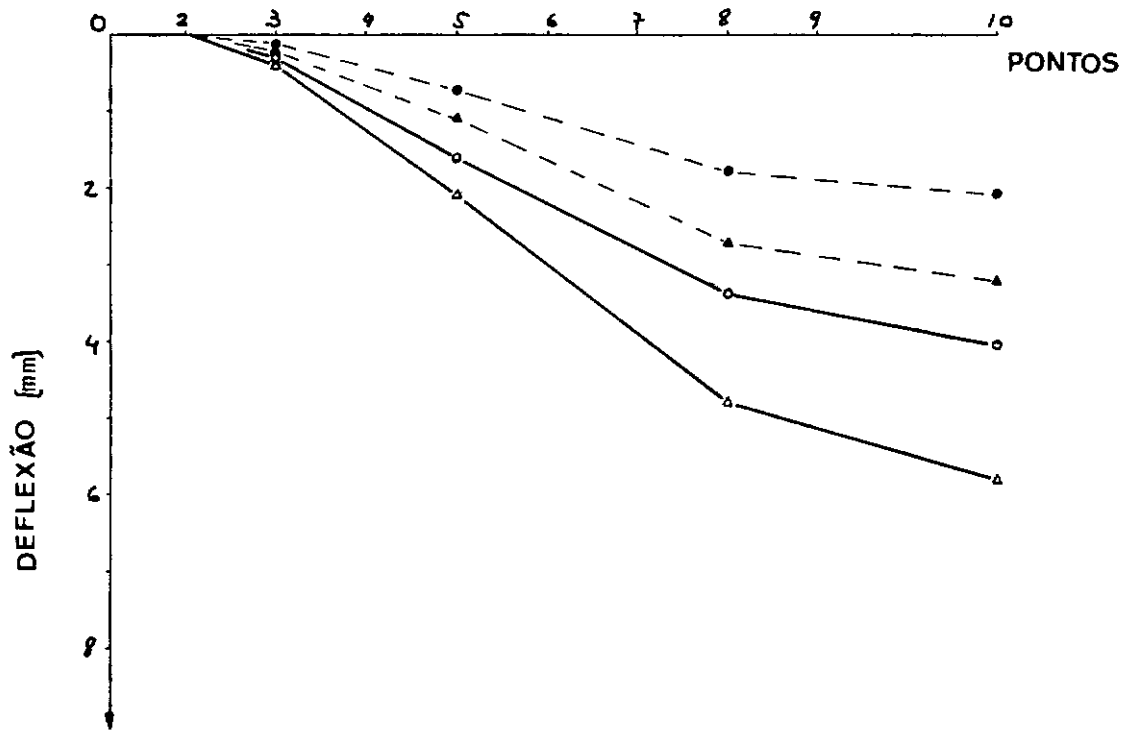
* LEGENDAS - VIDE FIG: 45a.

FIG: 45b 2ª série de tensões (tab. VII-1 e-II)



* LEGENDAS - VIDE FIG. 45a.

FIG. 45c 3ª série de tensões (tab. VII-1 e-II)



* LEGENDAS - VIDE FIG= 45a.

FIG- 45 d 4ª série de tensões (tab. VII-1 e-1)

CAPITULO VIII

MEDIÇÕES DAS DEFLEXÕES ESTÁTICAS

Este capítulo contém o resultado final da parte experimental deste trabalho. Procurou-se estabelecer o comportamento do braço como uma viga engastada medindo, para isso, suas deflexões estáticas. A parte experimental continua, portanto, a parte analítica.

As partes analíticas e experimentais deste trabalho foram desenvolvidas paralelamente, como já foi citado anteriormente quando da explanação, sobre a evolução do projeto da junta esférica. Na parte de medições procurou-se avaliar a sensibilidade do braço. Foi estabelecida uma rotina de testes. Posteriormente esses valores obtidos serão comparados com os valores teóricos, sendo que as dimensões e dados característicos do protótipo são utilizados como entrada no programa feito para a solução numérica (item VII.3).

A seguir será descrita a bancada de testes e finalmente há a descrição das medições.

VIII.1. Bancada de testes.

Para as medições de deflexão estática tomou-se meio braço. Esse meio braço constituiu-se de uma seção central, sete e

lementos comuns e um elemento da extremidade. O sistema de tensionamento dos cabos sofreu como única alteração a redução dos com-primentos dos quatro cabos. Todos os detalhes referentes a banca-da de testes podem ser vistos nas fotos do Apêndice II.

Como pode ser visto nas fotos 1 e 2 a seção central foi fixada por um dispositivo a uma cantoneira. Essa fixação implicou em uma disposição dos cabos de aço do modo como foi visto na (fig. 44), ou seja, dois na posição superior e dois cabos na posição inferior (ver foto 3). O braço, fixado desse modo, comporta-se como se fosse uma viga engastada em uma extremidade.

O objetivo da montagem é realizar as medições das deflexões estáticas. Para isso a cantoneira foi colocada sobre uma mesa de desempenho (foto 2), que é utilizada como superfície de referência. Para a medição das deflexões foi utilizado um paquímetro de altura (foto 4).

Utilizando como referência a altura da seção central foi possível medir as deflexões ao longo do braço, como mostram as fotos 5 e 6.

Na foto 6 pode-se ver o pequeno gancho que foi adicionado à extremidade do braço para poder aplicar as diferentes cargas.

Para diminuir os erros de paralelismo entre a seção central do braço e a mesa de desempenho foi utilizado um nivelador JENA. Esse nivelador apresenta uma precisão de $\pm 0,1\text{mm/metro}$. O braço possui, para o teste, um comprimento aproximado de 300mm. Levando em conta esse comprimento e a precisão do nivelador vê-se que a contribuição dos erros devido ao paralelismo da seção central serão, na extremidade livre do braço, da ordem de três vezes menores que os erros devido a precisão de leitura do paquímetro de altura

utilizado. A precisão do paquímetro é de $\pm 0,1\text{mm}$.

VIII.2. Descrição das medições.

Para a realização das medições foi criada uma rotina de testes. Essa rotina foi estabelecida ao longo do desenvolvimento do protótipo.

A rotina é a seguinte:

1. Com o braço fixado à cantoneira como foi descrito anteriormente procurou-se sempre aplicar a carga lentamente de modo a reproduzir um processo quasi estático. Procurou-se sempre aplicar a carga em um só sentido, em uma mesma direção e a partir de uma posição de repouso com o braço estirado como uma viga engastada (foto 1). A aplicação de carga foi feita manualmente.

2. Confirmou-se a previsão de que não haveria retorno do braço após a retirada da carga. Diante disso, entre uma medida e outra o braço foi retornado manualmente para a posição de repouso.

3. As molas tiveram suas tensões iniciais reguladas, de modo que as tensões nos fios ficassem igualadas (ver VIII.2.1). Foram estabelecidos quatro níveis de tensões iniciais diferentes, denominou-se cada uma das medições correspondentes a um desses níveis de série, portanto, foram feitas quatro séries de medições.

4. Dentro de uma série foram feitas medições com quatro cargas diferentes na extremidade: 0,5; 0,79; 1,0; 1,42 e 2,0Kg. Para se comprovar a repetibilidade do experimento foram repetidas

10 vezes cada uma das medições.

5. A foto 9 mostra o braço em teste. Nessa foto es
tão assinalados os pontos onde foi feito o levantamento das defle-
xões ao longo dos testes. Foram escolhidos os pontos 3, 5, 8 e 10.
Esses pontos representam pontos característicos da deflexão do bra-
ço.

6. Entre cada uma das séries de medidas foi feito um
relaxamento nas tensões dos cabos até uma tensão zero. Isso é pos-
sível, do mesmo modo que a regulagem das tensões, através do para
fuso de regulagem (nº 3, foto 7). Além disso eram retirados os es
paçadores (nº 2, foto 7) de modo que todas as peças do braço pudes-
sem ser separadas, sem, entretanto, desagregar o conjunto. Os fi
xadores do cabo (nº 1, foto 7) permaneciam na posição.

7. Houve dois testes. Um foi realizado com as super-
fícies limpas e secas e o outro com aplicação de lubrificação nas
juntas e nos orifícios de passagem dos cabos. O objetivo foi esta
belecer a influência do atrito na posição de equilíbrio.

VIII.2.1. Características dos componentes.

Foram pesados os componentes para poder utilizar esses
valores na solução numérica.

Foram obtidos os valores:

;

peso da esfera 0,045Kg

peso do elemento cilíndrico 0,035Kg

peso do anel limitador	0,010Kg
total	0,090Kg

peso do elemento da extremidade....	0,105Kg.
sist. de prē-tens: extremidade das	
molhas	0,050Kg
total	0,155Kg.

sist. de prē-tens.:extremidade de	
regulagem	0,100Kg
peso dos cabos de aço	0,040Kg/metro

Portanto o peso total de meio braço com oito juntas é de aproximadamente 0,95Kg.

As molhas tiveram as suas constantes de rigidez medidas e chegou-se aos seguintes valores:

$$\begin{aligned} K_1 &= 2,48 \text{ Kg/mm.} \\ K_2 &= 1,89 \text{ Kg/mm.} \\ K_3 &= 2,11 \text{ Kg/mm.} \\ K_4 &= 1,88 \text{ Kg/mm.} \end{aligned}$$

A numeração 1,2,3,4 está de acordo com a convenção adotada em (VII.3).

Foram realizadas medidas com quatro séries de tensões iniciais diferentes. A seguir estão os valores de deflexão empregados nas molhas e as tensões correspondentes.

1.^a série

$$X_{01} = 3,36 \text{ mm}$$

$$F_{01} = 8,33 \text{ Kg}$$

$$X_{02} = 4,61 \text{ mm}$$

$$F_{02} = 8,71 \text{ Kg}$$

$$X_{03} = 4,00 \text{ mm}$$

$$F_{03} = 8,44 \text{ Kg}$$

$$X_{04} = 4,62 \text{ mm}$$

$$F_{04} = 8,69 \text{ Kg}$$

2.^a série

$$X_{01} = 5,71 \text{ mm}$$

$$F_{01} = 14,16 \text{ Kg}$$

$$X_{02} = 7,43 \text{ mm}$$

$$F_{02} = 14,04 \text{ Kg}$$

$$X_{03} = 6,82 \text{ mm}$$

$$F_{03} = 14,39 \text{ Kg}$$

$$X_{04} = 7,44 \text{ mm}$$

$$F_{04} = 13,99 \text{ Kg}$$

3.^a série

$$X_{01} = 6,89 \text{ mm}$$

$$F_{01} = 17,09 \text{ Kg}$$

$$X_{02} = 9,08 \text{ mm}$$

$$F_{02} = 17,16 \text{ Kg}$$

$$X_{03} = 8,24 \text{ mm}$$

$$F_{03} = 17,39 \text{ Kg}$$

$$X_{04} = 9,09 \text{ mm}$$

$$F_{04} = 17,09 \text{ Kg}$$

4.^a série

$$X_{01} = 8,07 \text{ mm}$$

$$F_{01} = 20,01 \text{ Kg}$$

$$X_{02} = 10,73 \text{ mm}$$

$$F_{02} = 20,28 \text{ Kg}$$

$$X_{03} = 9,66 \text{ mm}$$

$$F_{03} = 20,38 \text{ Kg}$$

$$X_{04} = 10,74 \text{ mm}$$

$$F_{04} = 20,19 \text{ Kg}$$

cargas (Kg)

		0,50		0,79		1,00		1,42		2,00	
		\bar{x}	σ	\bar{x}	σ	\bar{x}	σ	\bar{x}	σ	\bar{x}	σ
1ª	3	1,4	0,1	1,5	0,1	1,7	0,1	1,8	0,1	1,2	0,3
	5	6,0	0,4	9,1	0,4	10,3	0,4	11,5	0,4	13,0	0,3
	8	11,9	1,0	20,4	0,9	25,5	0,4	33,2	0,8	40,7	0,6
	10	18,8	0,8	29,7	0,8	36,5	0,5	47,3	0,8	58,3	0,8
2ª	3	1,1	0,1	1,1	0,1	1,2	0,1	1,1	0,1	1,1	0,1
	5	4,3	0,5	5,5	0,4	7,1	0,5	9,4	0,4	11,9	0,5
	8	7,5	1,5	9,2	1,1	13,0	0,9	22,5	1,7	33,1	1,0
	10	9,9	1,3	13,7	1,2	18,9	0,9	31,8	1,7	48,2	1,3
3ª	3	0,8	0,1	1,1	0,1	1,1	0,1	1,4	0,1	1,1	0,1
	5	2,4	0,4	4,2	0,3	5,3	0,5	7,7	0,5	10,8	0,3
	8	3,5	1,2	7,8	0,5	10,4	1,4	17,8	1,6	28,7	1,2
	10	5,4	1,0	11,8	0,7	16,0	1,4	27,2	1,8	41,7	1,7
4ª	3	1,0	0,1	1,0	0,1	1,3	0,2	1,3	0,1	1,0	0,1
	5	1,6	0,5	3,7	0,7	6,5	0,8	7,3	0,7	10,3	0,3
	8	2,4	1,0	6,9	1,3	11,3	1,7	13,8	1,7	23,6	1,0
	10	3,8	1,3	11,6	1,5	17,3	2,2	21,7	2,1	36,0	1,0

TABELA VIII-I - MEDIÇÕES A SECO

Na tabela anterior estão os valores correspondentes as médias e desvios padrões das medidas realizadas a seco, sem o emprego de lubrificante (tabela VIII-I). As tabelas completas encontram-se no Apêndice III (tabelas 1 a 4). Esses valores estão plotados na (fig.46).

A seguir estão tabelados os valores correspondentes as medições com lubrificação (tabela VIII-II). As tabelas completas estão no Apêndice III (tabelas 5 a 8) e estes valores também estão plotados na (fig.46), aqui também o objetivo do gráfico é mostrar uma tendência e como na (fig.45) tem-se (deflexões) X (pontos de medição).

Apresentadas essas duas tabelas vê-se na (fig.46) os seus valores plotados conjuntamente. É interessante fazer algumas observações:

1. Com relação a (fig. 46a) vê-se que ocorre um aumento razoável da deflexão pela diminuição do atrito com a adição do lubrificante. O desvio padrão, para a medição a seco (tab.VIII-I) , é maior para as menores cargas, ou seja, com pequenas cargas o comportamento do braço é mais irregular. Vê-se também que com a adição de lubrificante (tabela VIII-II) o desvio padrão diminui mesmo para pequenas cargas. Com relação as cargas intermediárias o aumento da deflexão foi da ordem de 10% com a adição de lubrificante, os desvios padrões diminuíram ligeiramente.

2. Com relação a (fig. 46b) nota-se que com o aumento da tensão inicial nas molas há um crescimento da presença do atrito e portanto tornam-se maiores as diferenças entre as deflexões a seco e com lubrificação. As diferenças de deflexão para uma mesma carga variam entre 20% e 30%, sendo que os desvios padrões reduziram

cargas (Kg)

0,50		0,79		1,00		1,42		2,00	
\bar{x}	σ	\bar{x}	σ	\bar{x}	σ	\bar{x}	σ	\bar{x}	σ

1ª

3	1,4	0,1	1,5	0,1	1,5	0,1	1,5	0,1	1,4	0,1
5	8,4	0,2	10,8	0,2	12,0	0,2	13,1	0,3	13,8	0,4
8	17,2	0,5	24,9	0,6	29,3	0,3	35,2	0,4	43,0	0,5
10	22,3	0,5	33,1	0,6	38,9	0,4	47,8	0,6	59,6	0,5

2ª

3	1,0	0,1	1,3	0,1	1,4	0,1	1,5	0,1	1,4	0,1
5	2,9	0,3	7,6	0,4	9,4	0,4	12,0	0,3	12,9	0,4
8	8,5	0,7	13,1	0,9	19,8	0,6	28,4	0,7	37,9	1,2
10	12,0	0,6	18,9	0,8	27,9	0,7	39,9	0,6	53,9	0,7

3ª

3	1,0	0,1	1,3	0,1	1,5	0,1	1,3	0,1	1,1	0,1
5	2,9	0,1	5,2	0,3	6,6	0,3	10,1	0,2	12,7	0,2
8	5,6	0,3	10,7	0,6	13,8	0,7	24,5	0,9	33,7	0,4
10	8,5	0,4	16,4	0,6	20,8	0,8	35,4	0,9	48,3	0,9

4ª

3	0,5	0,1	1,4	0,1	1,4	0,1	1,5	0,04	1,4	0,03
5	2,2	0,3	3,8	0,1	6,2	0,3	8,9	0,2	11,3	0,1
8	3,6	0,7	6,9	0,1	13,8	0,7	20,2	0,5	29,4	0,4
10	5,7	0,9	10,8	0,2	20,6	0,7	30,3	0,6	43,2	0,8

TABELA VIII-II - MEDIÇÕES COM LUBRIFICANTE

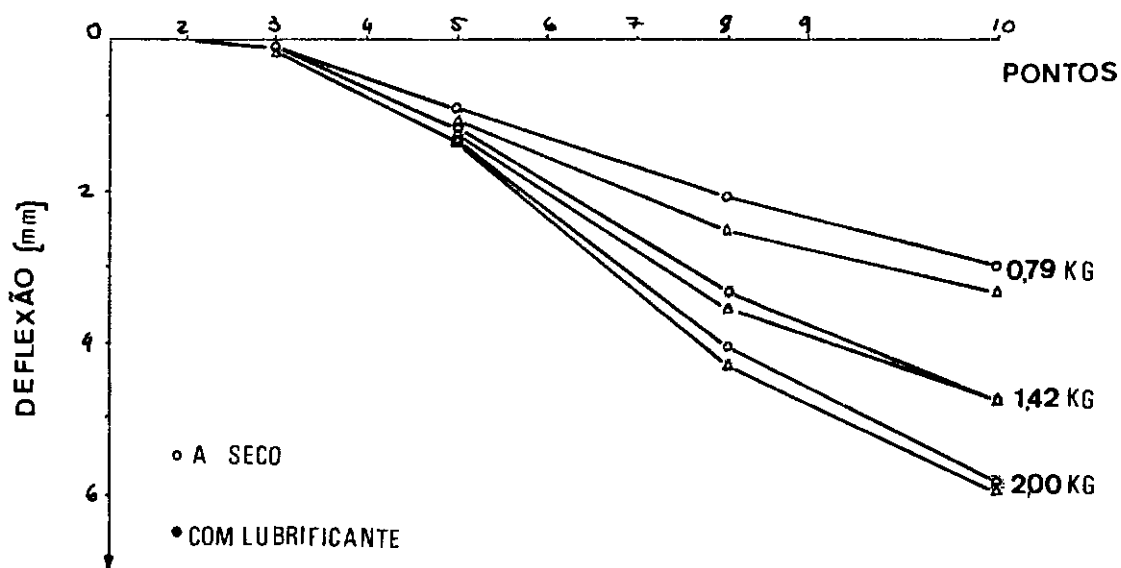
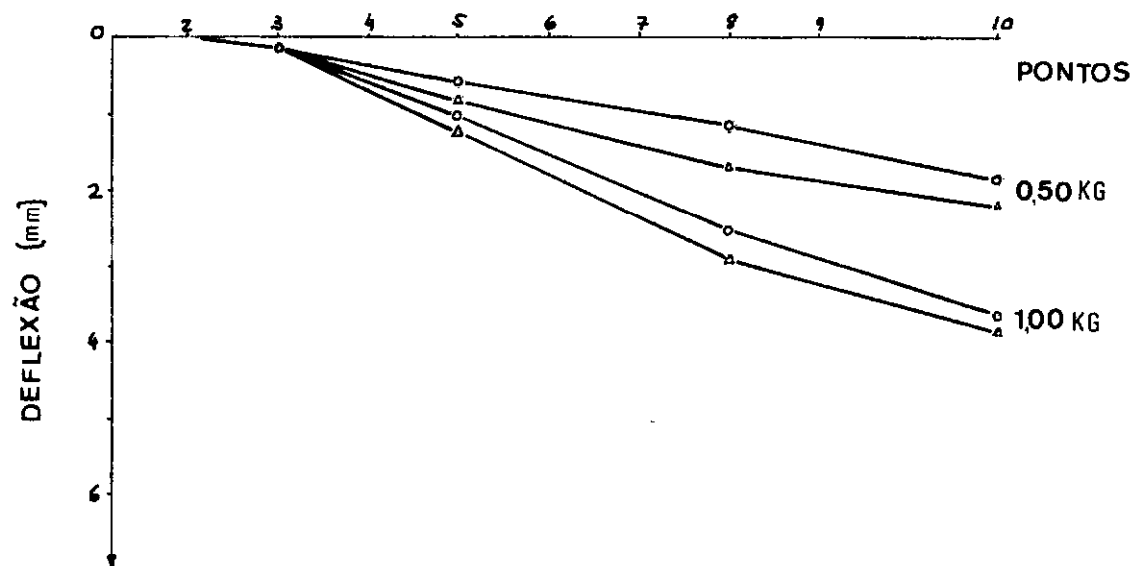


FIG- 46a MEDIÇÕES- 1ª série de tensões (TAB. VIII- I E-II)

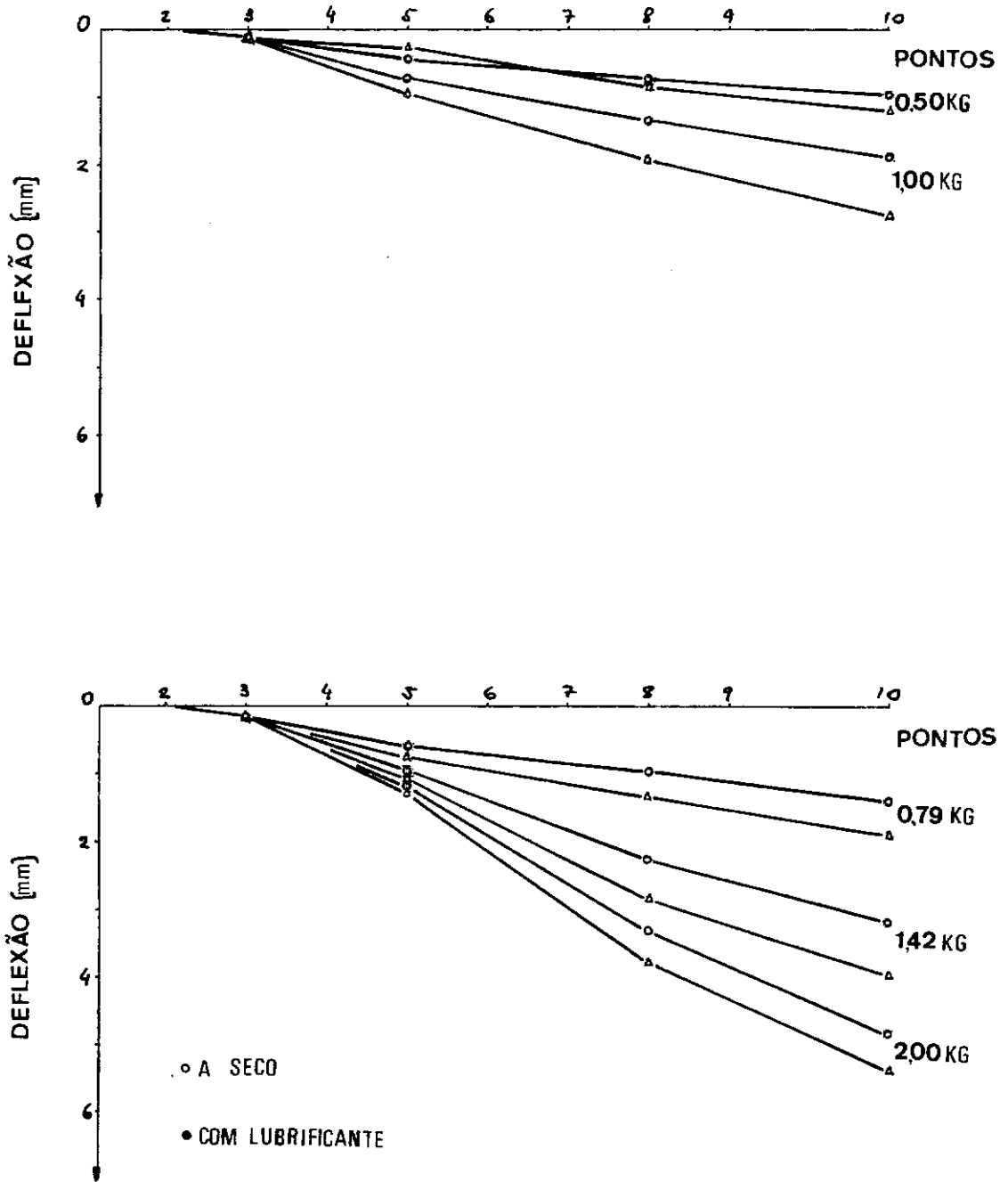


FIG- 46b MEDIÇÕES- 2ª série de tensões (TAB. VIII-IE-II)

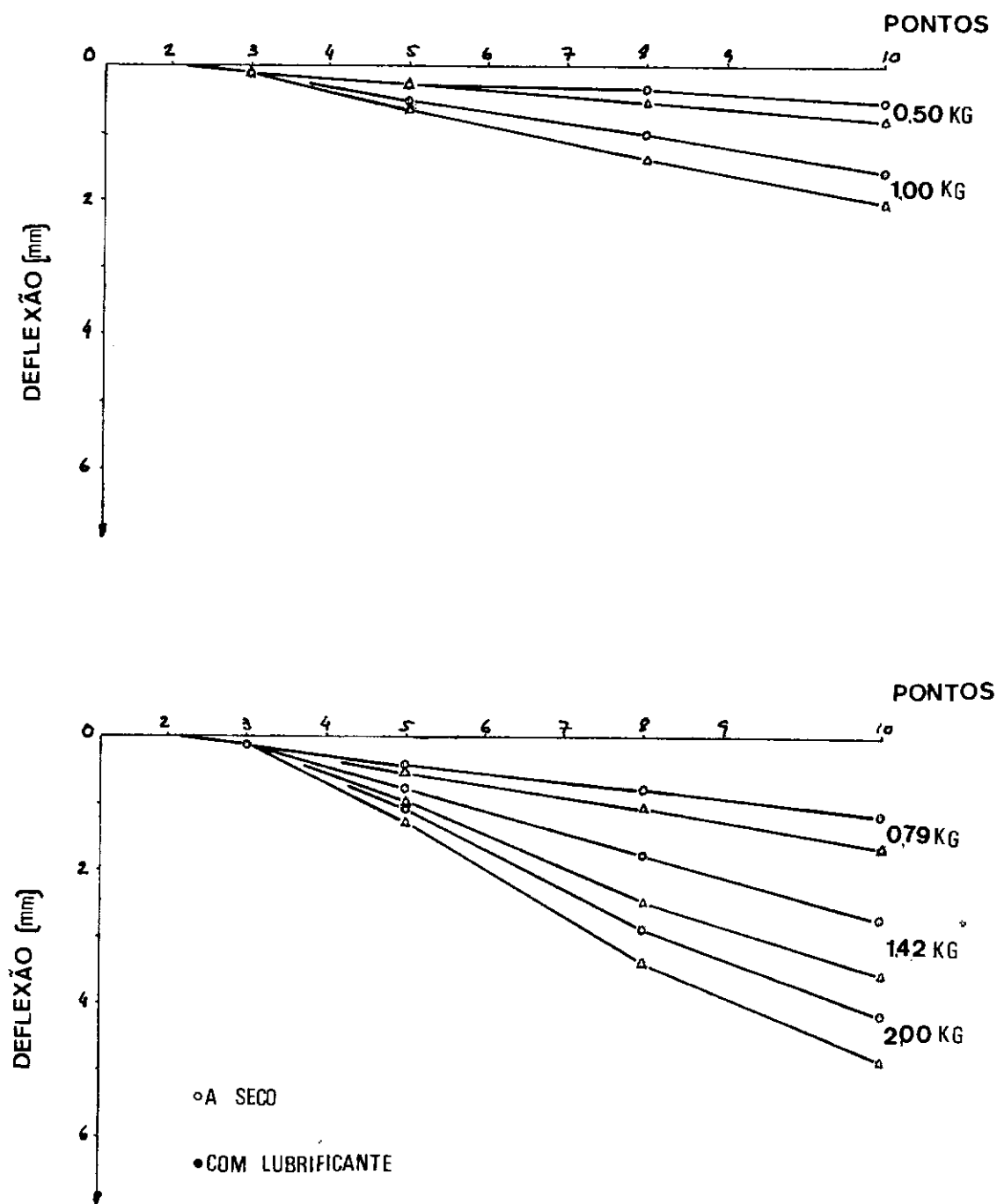


FIG: 46c MEDIÇÕES - 3ª série de tensões (TAB. VIII-I E-II)

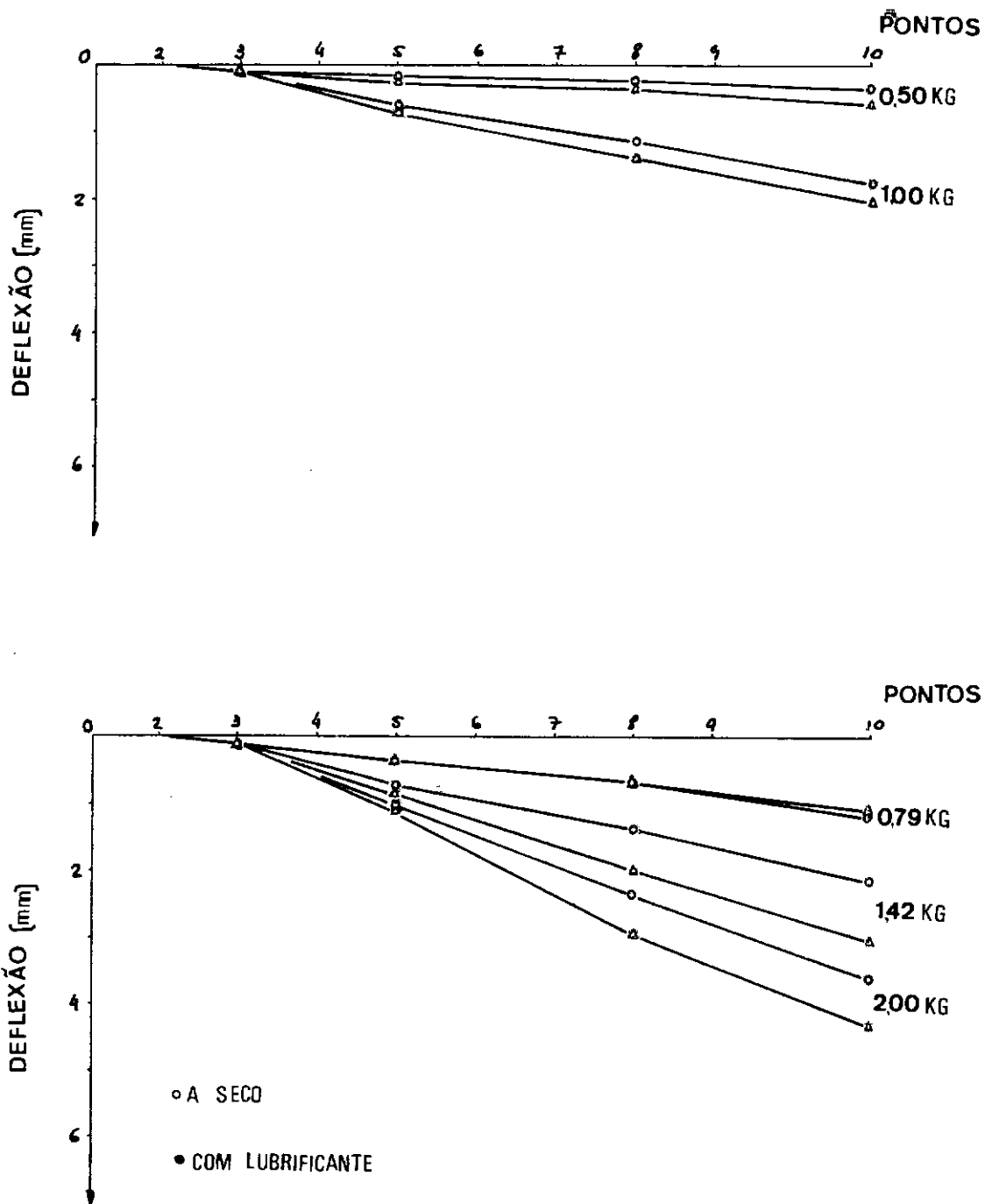


FIG- 46d MEDIÇÕES - 4ª série de tensões (TAB. VIII-IE-II)

bastante os seus valores, sempre comparando as duas condições de medição. Ou seja, com o aumento da tensão inicial tornam-se evidentes as diferenças provocadas no comportamento do braço pelo atrito. Evidencia-se também que é possível conseguir uma menor de flexão do braço pelo controle da tensão inicial dos cabos.

3. Com relação a (fig. 46c) confirmam-se aqui as tendências mostradas em 1 e 2. Houve novo aumento da tensão inicial dos cabos e com isso aumentou a diferença entre as deflexões nas duas condições de teste. Essa diferença, agora, gira em torno de 30% a 40% e os desvios padrões continuam a diminuir de maneira geral para o caso com lubrificação.

4. Com relação a (fig. 46d) nota-se que não há muita diferença em relação a anterior, ou seja, mantem-se as tendências já mdemonstradas anteriormente. O fato mais marcante é que nas medições a seco começam a aumentar os valores dos desvios padrões, ou seja, aumenta a dispersão das medidas devido ao aumento do atrito. No caso com lubrificação esses valores mantem-se bem pequenos.

CAPITULO IX

COMPARAÇÕES ANALÍTICO-EXPERIMENTAIS

Nas (figs. 45 e 46) está resumido o resultado deste trabalho.

Foi feito um experimento visando avaliar o comportamento do braço como uma viga engastada horizontalmente em uma extremidade e livre na outra. Esse experimento é importante pois reproduz uma das condições mais comuns de operação desse braço, numa possível utilização em um manipulador. Procurou-se avaliar quais parâmetros influem diretamente no seu comportamento. A razão de ter sido feito um ensaio em que a aplicação de cargas foi feita por um processo quasi-estático é que pelas suas características esse braço operará a baixas velocidades e sempre movido manualmente.

No modelo analítico desenvolvido foi proposta uma solução que inclui o atrito existente nas juntas e entre os cabos de aço e seus orifícios de passagem. Esse modelo, entretanto, apresenta equações não lineares descontínuas, descontinuidades essas introduzidas pelos momentos resistentes causados pelo atrito. Como a solução desse sistema foge ao nível deste trabalho é apresentada somente a solução do problema sem atrito nas juntas, porém, com atrito nos cabos.

Na (fig. 47) estão plotados os valores de deflexão X carga para a 1ª série de tensões nos cabos. Os dados foram retirados respectivamente das tabelas (VIII-I) e (VIII-II) para medições

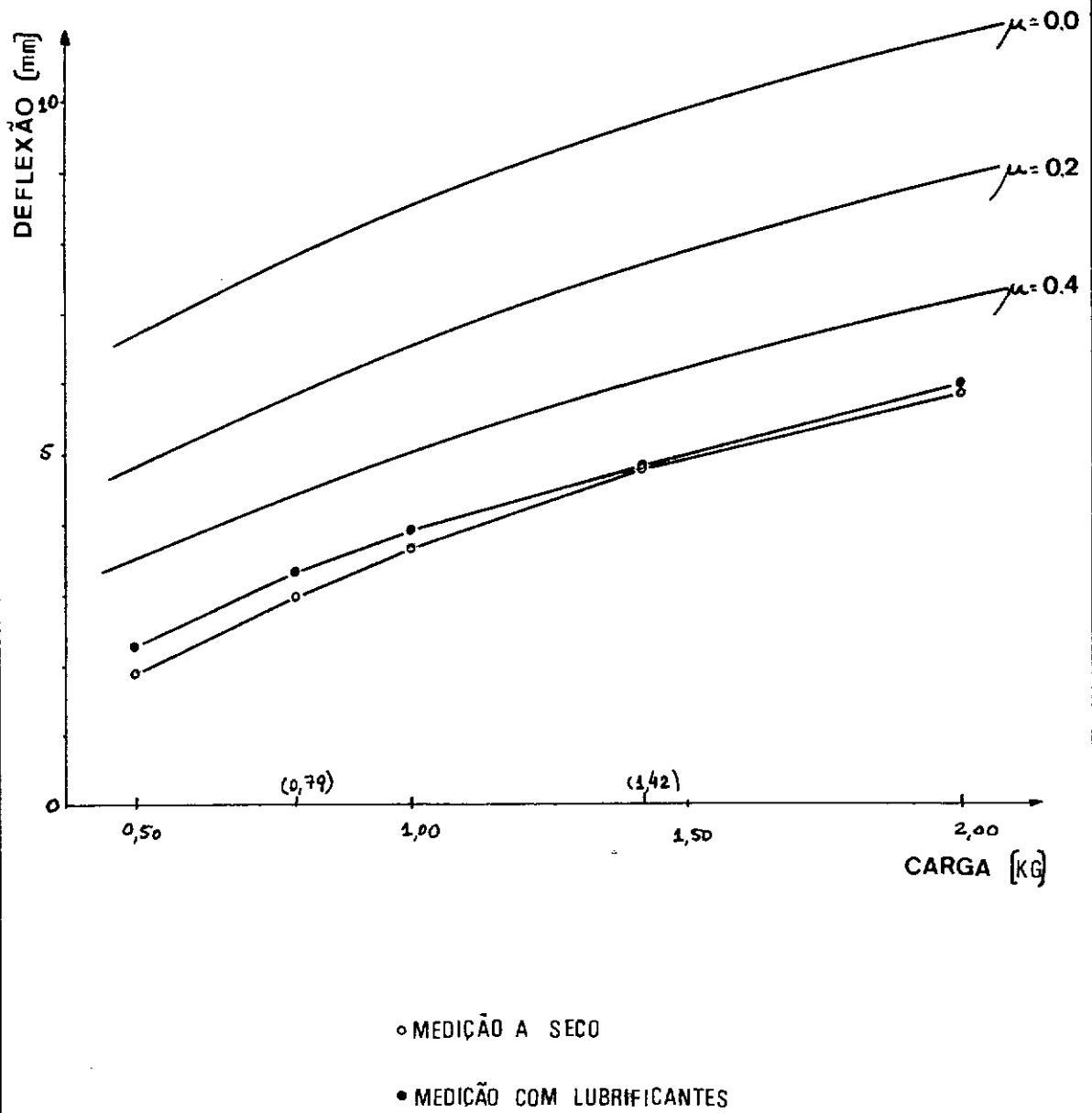


FIG. 47 Deflexões na extremidade— 1ª série de tensões.

e (VII-I) e (VII-II) para valores calculados e referem-se a deflexão correspondente ao ponto de número 10 nas tabelas. Vê-se claramente que as curvas analíticas são paralelas a curva experimental. Portanto a menos da introdução do atrito o modelo matemático está descrevendo o modelo experimental nessa faixa de valores em que foi realizado o experimento.

Nesse mesmo gráfico há as curvas referentes ao atrito atuando nos cabos. Estão plotados valores de ($\mu = 0,2$) e ($\mu = 0,4$). Percebe-se que há uma sensível aproximação entre as curvas teóricas e as experimentais.

Na (fig.48) estão plotadas as quatro séries de resultados sem atrito calculados teoricamente (tab. VII-I) e as quatro séries de medições a seco (tab. VIII-I). Percebe-se que com o aumento da tensão inicial nos cabos aumenta a influência do atrito e as curvas teóricas e experimentais estão razoavelmente paralelas.

Na (fig.49) está plotado para uma carga de 20 Kg um gráfico(deflexão) X (tensão inicial média nos cabos). Os dados foram retirados de (VII-I), (VIII-I) e (VIII-II) e correspondem a deflexão do ponto 10. O objetivo desse gráfico é mostrar a influência da tensão inicial dos cabos no comportamento do braço. Aqui se percebe novamente o paralelismo entre curvas teóricas e experimentais. Quanto as curvas experimentais percebe-se que divergem a medida que aumenta a tensão inicial nos cabos. Isso é explicável porque com o aumento da tensão cresce proporcionalmente a influência do atrito e a curva com lubrificante, por possuir um atrito menor, tende a deflexões maiores.

Na (fig.50) estão plotados os pontos (deflexão) X (pontos de medição). Os valores foram tomados das tabelas (VII-I), (VII-II), (VIII-I) e (VIII-II) e correspondem a carga de 0,50 Kg e

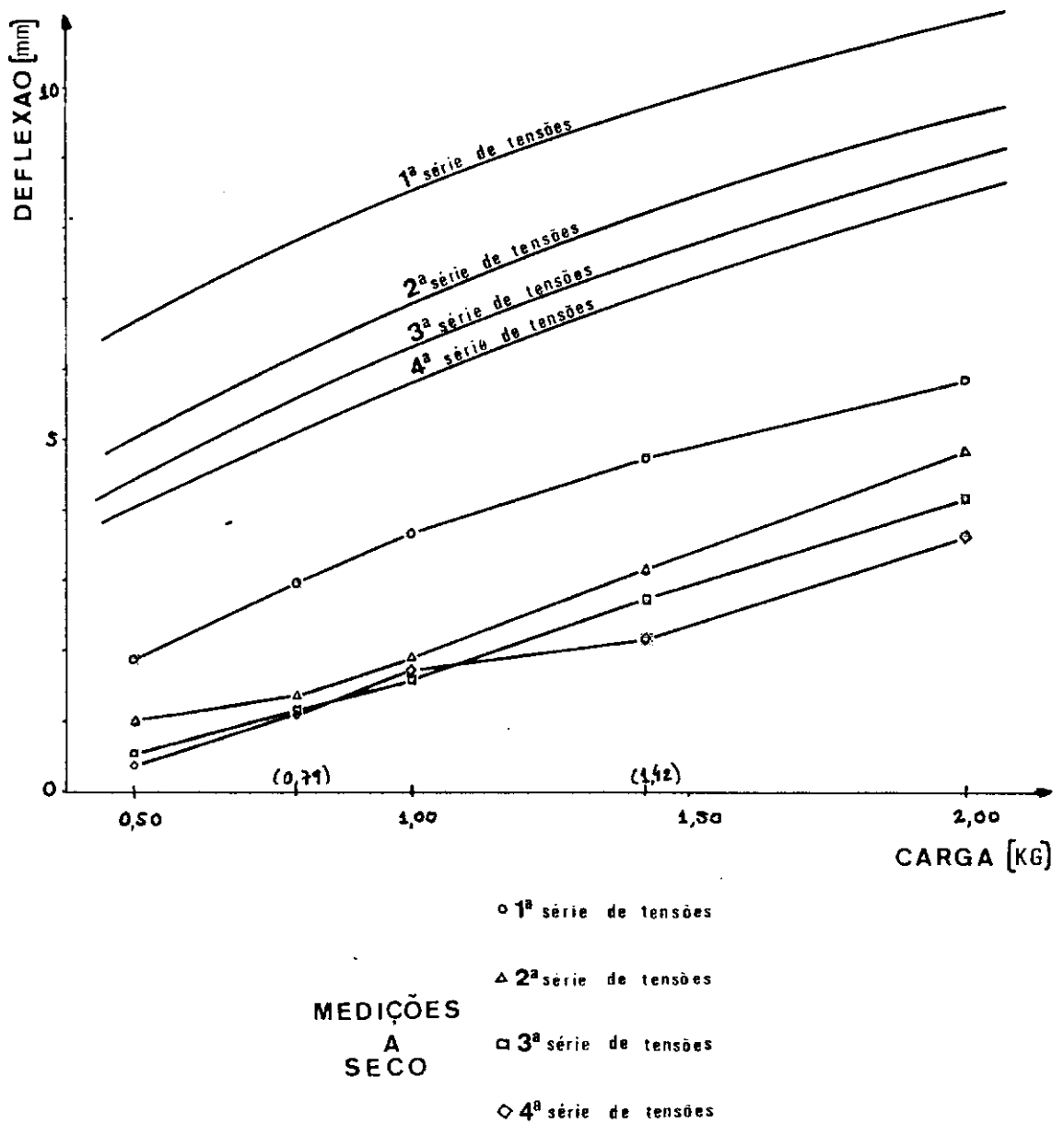
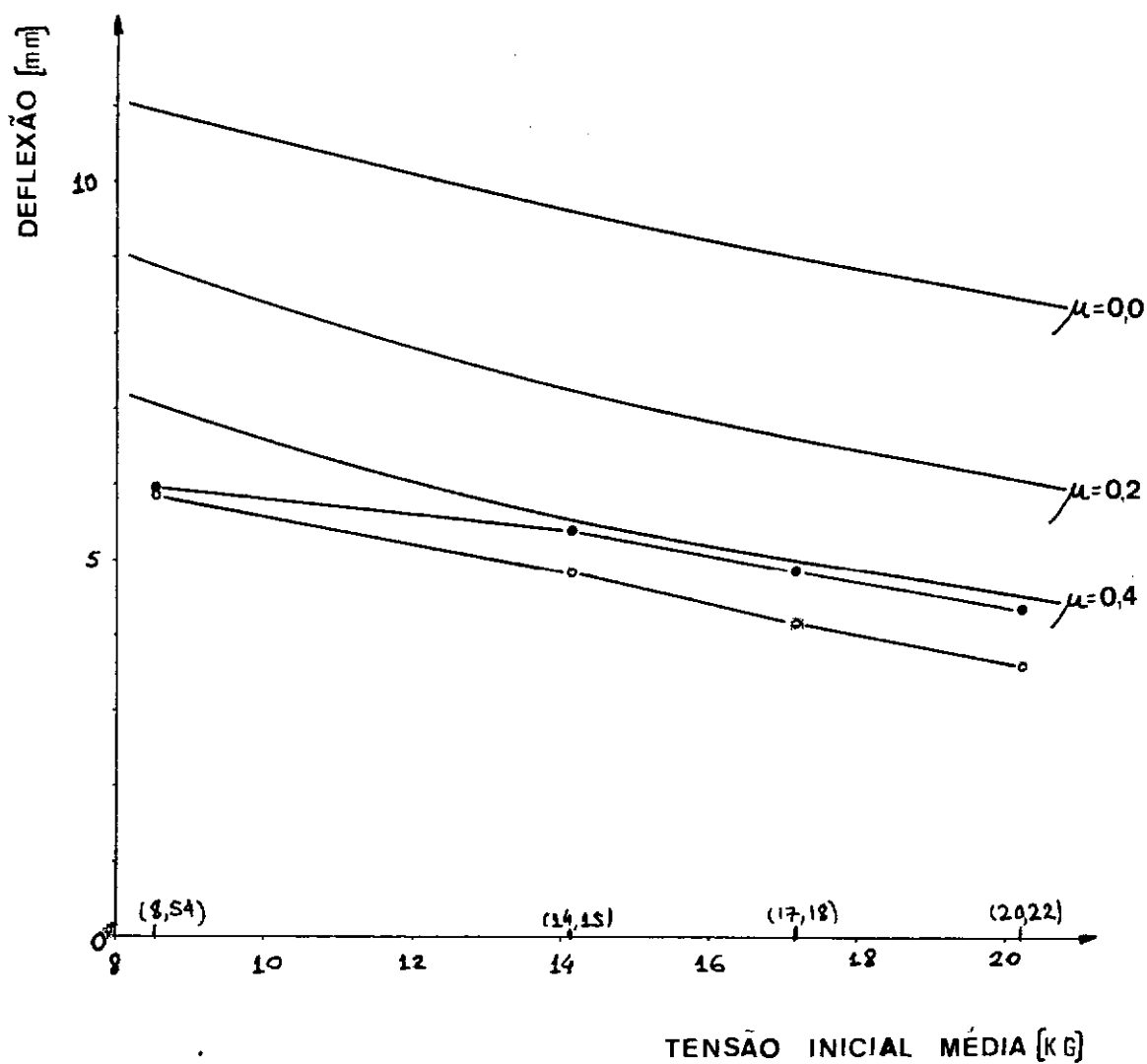


FIG-48 Comparação teórico-experimental.



• MEDIÇÃO A SECO

◦ MEDIÇÃO COM LUBRIFICANTE

FIG- 49 Influência da tensão inicial.

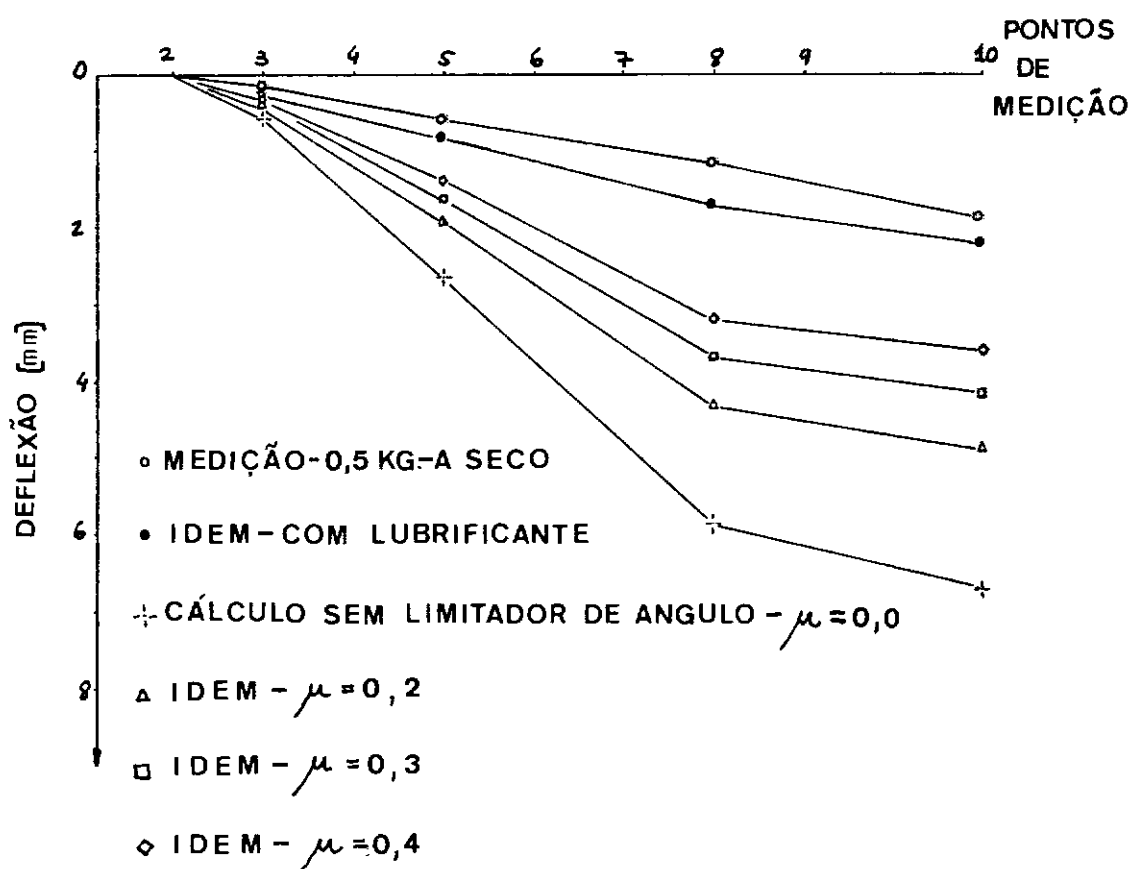


FIG. 50 COMPARAÇÃO - 0,50 KG - 1ª série de tensões.

primeira série de tensões iniciais. O objetivo deste gráfico é mostrar que as curvas teóricas descrevem razoavelmente bem o comportamento do braço como um todo. Próximo ao engaste existe uma diferença maior entre as duas deflexões mas isso se deve ao atrito nas juntas que não foi considerado e que com certeza reduziria essa deflexão. Com a redução dessa deflexão próximo ao engaste todo o conjunto teria suas deflexões reduzidas. É importante lembrar que o modelo teórico não levou em conta os limitadores de ângulo das juntas, por isso para esta curva foi escolhido esse valor de 0,5Kg, pois uma pequena carga causa menores ângulos nas juntas e, portanto, faz com que o modelo teórico se aproxime mais dos resultados experimentais.

Ainda com respeito aos limitadores de ângulos o problema poderia ser resolvido bastando para isso impor que o ângulo máximo a ser atingido por uma junta seria um valor fixo e que a partir desse ângulo a junta se comportaria rigidamente.

CAPÍTULO X

CONCLUSÕES

Concluindo este trabalho serão feitas as seguintes considerações:

O trabalho apresentou resultados satisfatórios preenchendo o objetivo a que se propunha como um estudo básico analítico-experimental de um braço articulado.

A construção do protótipo se mostrou adequada, pois foi obtido um desempenho satisfatório do mesmo ao longo dos testes.

Foi proposto um modelo matemático, visando calcular as deflexões do braço como um viga engastada horizontalmente em uma extremidade, e livre na outra. Convém frisar que a importância dessa avaliação, e de quais parâmetros a influenciam, se prende ao fato que quando numa possível utilização em um manipulador serão necessário se ter um controle sobre carga a ser manipulada X deflexão permissível do braço.

Foi construída uma bancada de testes visando medir as deflexões calculadas anteriormente. Essa bancada se mostrou adequada às medições que se desejava fazer.

O modelo matemático mostrou pelas comparações analítico - experimentais que é consistente.

O atrito se apresentou como um problema grave. Causou dispersão nas medidas, e devido a isso foi necessário um grande número de medidas. Posteriormente se trabalhou nos gráficos, com as médias e desvios padrões dos valores medidos.

O atrito também causou dificuldades na resolução do modelo matemático, pois devido a ele surgem momentos resistentes, que causam descontinuidades nas equações de equilíbrio.

No modelo matemático não foram considerados os limites de ângulos, o que explica em parte as diferenças analítico-experimentais.

Convém ressaltar que uma das partes mais importantes deste trabalho foi a resolução do problema de estabilidade das juntas esféricas e a solução encontrada é que o centro geométrico da junta deve ser o mais afastado possível do centro de rotação.

Conhecendo-se com mais precisão os coeficientes de atri

to, o que é possível se obter por uma medição, é possível utilizar o modelo matemático aqui apresentado na análise de futuros projetos para esse tipo de mecanismo.

O modelo matemático aqui desenvolvido é bastante complexo pois se constitui em um sistema de equações não lineares com descontinuidades. Os resultados obtidos experimentalmente confirmam sua validade para esse tipo de mecanismo.

BIBLIOGRAFIA

- 1 LONG, J.T.- Engineering for nuclear fuel reprocessing , New York, Gordon and Breach Science Publishers Inc, 1957.
- 2 BOWN, J.E.; HYAN, E.D. - The design construction and equipment of some high activity cells in the United Kingdom , A/CONF. 15/P 1459.
- 3 DUNNING, J.R.; PRENTICE, B.R. - Hot Laboratory operation and equipment, V.3, New York, Pergamon Press, 1957.
- 4 INFORMATION MEETING HOT LABORATORIES AND EQUIPMENT, Oak Ridge, CF-52-10-230(Del), 7-9 Oct. 1952.
- 5 CONFERENCE ON HOT LABORATORIES AND EQUIPMENT 8, Book 1, TID-7599, 15-13 Dec. 1960.
- 6 LAURENT, H.; COUROUBLE, J.M. - Sorbonnes blindées pour manipulations radioactives, Raport CEA n° 1152, março 1959.
- 7 STANG Jr., L.G. - Hot Laboratory Equipment , USAEC, 2a. ed. abril 1958.
- 8 NORMA DIN 25409 - Fernbedienungsgeräte zum Arbeiten hinter Schutzwänden , B11, 2,3, Teil 5, nov. 1974.

- 9 RODRIGUES, F.J.M. - Manipuladores empregados no reprocessa -
mento de combustíveis nucleares, monografia,
COPPE/NUCLEBRAS/UFRJ, 1976.
- 10 VYGODSKY, M. - Mathematical Handbook , Moscou Mir Publishers,
p: 23-53, 1971.
- 11 BEER, F.; JOHNSTON. - Vector Mechanics for Engineers , New
York, McGraw-Hill, p.273, 1969.
- 12 BOWDEN, F.P.; TABOR. - The Friction and Lubrication of
Solids, Oxford, Clarendon Press, Vol.1, 1964.
- 13 BOWDEN, F.P.; TABOR. - The Friction and Lubrication solids,
Oxford, Clarendon Press, Vol.2, 1964.
- 14 CARNAHAN, B.; LUTHER, H.A.; WILKES, J.O. - Applied Numerical
Methods , New York, John Wiley & Sons, Inc. p.308-
318, 1969.
- 15 BROWN, K.M.; CONTE, S.D. - Proceedings of the 22nd National
Conference of the Association of Computing Machin-
ery, p.111-114, 1972.
- 16 GEORGE, A. - NLSYS1 programmer, Computer Science Department,
Stanford University - programa em poder do Depar-
tamento de Mecânica da COPPE, 1978.

Apêndice I

Neste Apêndice estão as listagens dos programas utilizados na resolução do modelo matemático e dos respectivos resultados.

A seguir um pequeno índice para maior facilidade de localização das várias subrotinas e resultados. Os parâmetros de entrada estão explicados em cartões comentários.

Índice	pág.
Subrotina NLSYS1	144
Subrotina BACK	148
Subrotina AUXFCN	149
Subrotina TRANS	155
Subrotina DEFLEX	157
Subrotina INPUT	158
Subrotina OUTP1	159
Subrotina OUTPUT	161
PROGRAMA PRINCIPAL	163
Dados de Entrada	166
Resultados	167

SUBROUTINE NLSYS1 (N,X,NUMSIG,MAXIT,IPRINT,IRF)

ESTA SUBROTINA RESOLVE UM SISTEMA DE N EQUACOES SIMULTANEAS NAO LINEARES. O ALGORITMO UTILISADO E DE CONVERGENCIA APROXIMADAMENTE QUADRATICA E E COMPUTACIONALMENTE MAIS RAPIDO QUE O METODO DE NEWTON-RAPHSON. NECESSITA SOMENTE $(N^2/2 + 3*N/2)$ AVALIACOES DE FUNCOES POR PASSO DE ITERACAO, EM COMPARACAO COM $(N^2 + N)$ AVALIACOES NECESSARIAS AO METODO DE NEWTON.

REFERENCIA - BROWN, KENNETH M. AND S.D. CONTE
PROC. OF THE 22 ND NAT. CONF. OF THE ACM.
PP 111 - 114

PROGRAMADOR: ALAN GEORGE
COMPUTER SCIENCE DEPARTMENT,
STANFORD UNIVERSITY

PARAMETROS DE ENTRADA:

N= NUMERO DE EQUACOES (OU NUMERO DE INCOGNITAS)
X= VETOR DE APROXIMACAO INICIAL
NUMSIG= NUMERO DE ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS DESEJADOS
MAXIT= NUMERO MAXIMO DE ITERACOES PERMITIDO
IPRINT=IMPRESSAO DE RESPOSTAS SE IPRINT=1
IRF=INDICE DE REFERENCIA

PARAMETROS DE SAIDA

X= SOLUCAO DO SISTEMA OU MELHOR APROXIMACAO CONSEGUIDA
MAXIT= NUMERO DE ITERACOES EMPREGADO

DIMENSION ISUB(30),LOOKUP(30,30),X(30),PART(30),TEMP(30),
*COE(30,31),YXX(30)

RELCON = 10.0 ** (-NUMSIG)

JTEST = 1

IF(IPRINT.EQ.1) WRITE(6,48)

48 FORMAT(1H1)

DO 700 M=1,MAXIT

M1=M-1

IF(IPRINT.NE.1) GO TO 9

DO 8000 IJK=1,N

YXX(IJK)=X(IJK)

8000 YXX(IJK)=YXX(IJK)*180./3.14159


```

WRITE(6,49)M1,(YXX(I),I=1,N)
49 FORMAT(15,4E28.16/(E33.16,3E28.16))
9 DO 10 J=1,N

```

A MATRIZ LOOKUP PERMITE UM EFEITO DE PIVOTAMENTO PARCIAL SEM TER QUE FISICAMENTE TROCAR LINHAS OU COLUNAS.

```

10 LOOKUP(1,J)=J
DO 500 K=1,N
IF(K-1)134,134,131
131 KMIN = K - 1
CALL BACK (KMIN,N,X,ISUB,COE,LOOKUP)

```

ELABORACAO DAS DERIVADAS PARCIAIS DA K-ESIMA FUNCAO.

```

134 CALL AUXFCN (X,F,K,IRF)
FACTOR = .001
135 ITALLY = 0

```

```

DO 200 I=K,N
ITEMP = LOOKUP (K,I)
HOLD = X (ITEMP)
H = FACTOR * HOLD
IF(H.EQ.0.000) H=.001
X(ITEMP)=HOLD+H
IF(K-1)161,161,151
151 CALL BACK(KMIN,N,X,ISUB,COE,LOOKUP)
161 CALL AUXFCN(X,FPLUS,K,IRF)
PART(ITEMP)=(FPLUS-F)/H

```

```

X(ITEMP)=HOLD
IF(ABS(PART(ITEMP)).EQ. 0.000) GO TO 199
IF(ABS(F/ PART(ITEMP)).LT. 1.0E+10) GO TO 200
199 ITALLY = ITALLY + 1
200 CONTINUE

```

```

IF(ITALLY.LE.N - K) GO TO 202
FACTOR = FACTOR * 10.0
IF(FACTOR.GT.15.0) GO TO 775
GO TO 135
202 IF(K.LT.N) GO TO 203
IF(ABS(PART(ITEMP)).EQ.0.000) GO TO 775
COE (K,N+1) = 0.0
KMAX = ITEMP
GO TO 499

```

PROCURA DA DERIVADA PARCIAL DE MAIOR VALOR ABSOLUTO.

```

203 KMAX=LOOKUP(K,K)
DERMAX= ABS(PART(KMAX))
KPLUS= K+1

```

```

DO 210 I=KPLUS,N
JSUB=LOOKUP(K,I)

```

```

TEST= ABS(PART(JSUB))
IF(TEST.LT.DERMAX) GO TO 209
DERMAX=TEST
LOOKUP (KPLUS,I) = KMAX
KMAX = JSUB
GO TO 210
209 LOOKUP(KPLUS,I)=JSUB
210 CONTINUE

C
IF(ABS(PART(KMAX)),EQ,0.000) GO TO 775

C
ELABORACAO DOS COEFICIENTES DA K-ESIMA LINHA DO SISTEMA LI-
C NEAR TRIANGULARIZADO UTILISADO PARA RESOLVER O SISTEMA PA-
C RA OS PRIMEIROS KX(I) VALORES.
C
ISUB(K)=KMAX
COE(K,N+1)=0.0
DO 220 J=KPLUS,N
JSUB=LOOKUP(KPLUS,J)
COE(K,JSUB)=-PART(JSUB)/PART(KMAX)
COE(K,N+1)=COE(K,N+1)+PART(JSUB)*X(JSUB)
220 CONTINUE

C
499 COE(K,N+1)=(COE(K,N+1)-F)/PART(KMAX)+X(KMAX)
500 CONTINUE

C
SUBSTITUICAO DE RETORNO PARA OBTER A PROXIMA APROXIMACAO
C DE X
C
X(KMAX)=COE(N,N+1)
IF(N.EQ.1) GO TO 610
CALL BACK(N-1,N,X,ISUB,COE,LOOKUP)
610 IF(M-1)650,650,625

C
TESTE DE CONVERGENCIA
C
625 DO 630 I=1,N

C
IF(X(I).NE.0.000) GO TO 627
IF(ABS(TEMP(I)-X(I)).LT.RELCON) GO TO 630
GO TO 649

C
627 IF(ABS((TEMP(I)-X(I))/X(I))-RELCON)630,630,649
630 CONTINUE

C
JTEST = JTEST + 1
IF(JTEST -3)650,725,725
649 JTEST=1
650 DO 660 I=1,N
660 TEMP(I)=X(I)
700 CONTINUE

C
IF(IPRINT.EQ.1) WRITE(6,1753)

```

```

1753 FORMAT(/'NAO HOUE CONVERGENCIA.FOI UTILISADO O NUMERO MAX'
*, 'IMO DE ITERACOES.')
```

725 IF(IPRINT.NE.1) GO TO 800

DO 750 K=1,N

CALL AUXFCN(X,PART(K),K,IRF)

750 CONTINUE

WRITE(6,751)(PART(K),K=1,N)

751 FORMAT(//,2X,'OS VALORES DA FUNCAO CALCULADOS NA APROXIMAC'
*, 'AO FINAL FORAM:'// / (E39.15,2E40.16))

GO TO 800

775 WRITE(6,752)

752 FORMAT(20X, 'O JACOBIANO MODIFICADO E SINGULAR.TENTAR UMA '
*, 'APROXIMACAO DIFERENTE.')

800 MAXIT = M1 + 1

RETURN

END

```
SUBROUTINE BACK(KMIN,N,X,ISUB,COE,LOOKUP)
```

```

C
C
C  ESSA SUBROTINA RESOLVE AS PRIMEIRAS KMIN LINHAS DE UM SIS-
C  TEMA LINEAR TRIANGULARIZADO PARA VALORES MELHORADOS DE X EM
C  TERMOS DOS VALORES ANTERIORES DO PROPRIO X.
C

```

```
DIMENSION ISUB(30),LOOKUP(30,30),X(30),COE(30,31)
```

```
DO 200 KK=1,KMIN
```

```
  KM=KMIN-KK+2
```

```
  KMAX=ISUB(KM-1)
```

```
  X(KMAX)=0.0
```

```
DO 100 J=KM,N
```

```
  JSUB=LOOKUP(KM,J)
```

```
  X(KMAX)=X(KMAX)+COE(KM-1,JSUB)*X(JSUB)
```

```
100 CONTINUE
```

```
  X(KMAX)=X(KMAX)+COE(KM-1,N+1)
```

```
200 CONTINUE
```

```
  RETURN
```

```
END
```

```

SUBROUTINE AUXFCN(Y,F,K,IRF)

```

```

C
C
C A SUBROTINA AUXFCN CALCULA OS VALORES DE F(K) A PARTIR
C DO PARAMETRO K.
C
C

```

```

PARAMETROS DE ENTRADA

```

```

C Y=VETOR APROXIMACAO DA SOLUCAO.
C F=VALOR DE RETORNO,CORRESPONDE A F(K).
C K=PARAMETRO GERADO POR NLSYS1 E QUE ORINTA O CALCULO.
C IRF=INDICE DE REFERENCIA,ORIENTA A UTILIZACAO DE AUXFCN.
C

```

```

COMMON/S/N,X(30),EL,ERRR,DE,ELE,CAP,W1,W2,W3,W4,W5,W6,W7,W8
*,MI,CK1,CK2,CK3,CK4,XZERO1,XZERO2,XZERO3,XZERO4,CARGA,
*NUMSIG,MAXIT,IPRINT,ERRE,ERRE1,TENSAO(4,4),FI
DIMENSION Y(30),XY(30)
REAL MI

```

```

FUNCOES

```

```

X1(TETA)=SQRT(S1-2.*Q1*COS(TETA)+2.*T1*SIN(TETA))
X2(TETA)=SQRT(S2-2.*Q2*COS(TETA)+2.*T2*SIN(TETA))
F1(TETA)=ABS(T1*COS(TETA)+Q1*SIN(TETA))/X1(TETA)
F2(TETA)=ABS(T2*COS(TETA)+Q2*SIN(TETA))/X2(TETA)
ELL(TETA)=ELE+COS(TETA)
CPP(TETA)=CAP*COS(TETA)

```

```

C
C
T1=EL*ERRE
T2=EL*ERRE1
Q1=ERRE**2+DE**2+EL*DE
Q2=ERRE1**2+DE**2+EL*DE
S1=2.*Q1+EL**2
S2=2.*Q2+EL**2

```

```

C
C
TET1=Y(1)
TET2=Y(2)
TET3=Y(3)
TET4=Y(4)
TET5=Y(5)
TET6=Y(6)
TET7=Y(7)
TET8=Y(8)

```

```

C
C
ATET1=ABS(TET1)
ATET2=ABS(TET2)
ATET3=ABS(TET3)
ATET4=ABS(TET4)

```

```

ATET5=ABS(TET5)
ATET6=ABS(TET6)
ATET7=ABS(TET7)
ATET8=ABS(TET8)

```

C
C

```

ELI=ELL(TET1)
XCI=CPP(TET1)
ELII=ELL(TET1+TET2)
XCII=CPP(TET1+TET2)
ELIII=ELL(TET1+TET2+TET3)
XCIII=CPP(TET1+TET2+TET3)
ELIV=ELL(TET1+TET2+TET3+TET4)
XCIV=CPP(TET1+TET2+TET3+TET4)
ELV=ELL(TET1+TET2+TET3+TET4 +TET5)
XCV=CPP(TET1+TET2+TET3+TET4 +TET5)
ELVI=ELL(TET1+TET2+TET3+TET4+TET5 +TET6)
XCVI=CPP(TET1+TET2+TET3+TET4+TET5 +TET6)
ELVII=ELL(TET1+TET2+TET3+TET4+TET5+TET6+TET7)
XCVII=CPP(TET1+TET2+TET3+TET4+TET5+TET6+TET7)
ELVIII=2.*ELL(TET1+TET2+TET3+TET4+TET5+TET6+TET7+TET8)
XCVIII=2.*CPP(TET1+TET2+TET3+TET4+TET5+TET6+TET7+TET8)

```

C
C
C
C

```

FORC1=CK1*(XZERO1+X1(TET1)+X1(TET2)+X1(TET3)+X1(TET4)+X1(
*TET5)+X1(TET6)+X1(TET7 )+X1(TET8)-8.*EL)
FORC2=CK2*(XZERO2+X1(-TET1)+X1(-TET2)+X1(-TET3)+X1(-TET4)
**X1(-TET5)+X1(-TET6)+X1(-TET7)+X1(-TET8)-8.*EL)
FORC3=CK3*(XZERO3+X2(TET1)+X2(TET2)+X2(TET3)+X2(TET4)+X2(
*TET5)+X2(TET6)+X2(TET7)+X2(TET8)-8.*EL)
FORC4=CK4*(XZERO4+X2(-TET1)+X2(-TET2)+X2(-TET3)+X2(-TET4)
**X2(-TET5)+X2(-TET6)+X2(-TET7)+X2(-TET8)-8.*EL)

```

C
C

```

IF(IRF.EQ.0)GO TO 1005
IF(IRF.EQ.1)GO TO 1006
IF(IRF.EQ.2)GO TO 1007
IF(IRF.EQ.3)GO TO 1008
IF(IRF.EQ.4)GO TO 1009

```

C

```

1005 CONTINUE
GO TO (100,200,300,400,500,600,700,800),K
1006 CONTINUE
GO TO (200,300,400,500,600,700,800),K
1007 CONTINUE
GO TO (300,400,500,600,700,800),K
1008 CONTINUE
GO TO (400,500,600,700,800),K
1009 CONTINUE
GO TO (500,600,700,800),K
100 CONTINUE
ELE1=ELI

```

```

ELE2=XCI+ELII
ELE3=XCI+XCII+ELIII
ELE4=XCI+XCII+XCIII+ELIV
ELE5=XCI+XCII+XCIII+XCIV+ELV
ELE6=XCI+XCII+XCIII+XCIV+XCV+ELVI
ELE7=XCI+XCII+XCIII+XCIV+XCV+XCVI+ELVII
ELE8=XCI+XCII+XCIII+XCIV+XCV+XCVI+XCVII+ELVIII
ELE9=XCI+XCII+XCIII+XCIV+XCV+XCVI+XCVII+XCVIII
A1=F1(TET1)
A2=F1(-TET1)
A3=F2(TET1)
A4=F2(-TET1)

```

C

```

BETA=ATET1+ATET2+ATET3+ATET4+ATET5+ATET6+ATET7+ATET8
FORC1 =FORC1*EXP(MI*BETA)
FORC3 =FORC3*EXP(MI*BETA)
FORC2 =FORC2*EXP(-MI*BETA)
FORC4 =FORC4*EXP(-MI*BETA)

```

C

```

F=FORC1*A1-FORC2*A2+FORC3*A3-FORC4*A4-w1*ELE1
*-w2*ELE2-w3*ELE3-w4*ELE4-w5*ELE5-w6*ELE6-w7*ELE7-w8*ELE8-
*CARGA*ELE9

```

C

```

GO TO 1000
200 CONTINUE

```

```

ELE10=ELII
ELE11=XCII+ELIII
ELE12=XCII+XCIII+ELIV
ELE13=XCII+XCIII+XCIV+ELV
ELE14=XCII+XCIII+XCIV+XCV+ELVI
ELE15=XCII+XCIII+XCIV+XCV+XCVI+ELVII
ELE16=XCII+XCIII+XCIV+XCV+XCVI+XCVII+ELVIII
ELE17=XCII+XCIII+XCIV+XCV+XCVI+XCVII+XCVIII
B1=F1(TET2)
B2=F1(-TET2)
B3=F2(TET2)
B4=F2(-TET2)

```

C

```

BETA=ATET2+ATET3+ATET4+ATET5+ATET6+ATET7+ATET8
FORC1 =FORC1*EXP(MI*BETA)
FORC3 =FORC3*EXP(MI*BETA)
FORC2 =FORC2*EXP(-MI*BETA)
FORC4 =FORC4*EXP(-MI*BETA)

```

C

```

F=FORC1*B1-FORC2*B2+FORC3*B3-FORC4*B4-w2*ELE10
*-w3*ELE11-w4*ELE12-w5*ELE13-w6*ELE14-w7*ELE15-w8*ELE16-
*CARGA*ELE17

```

C

```

GO TO 1000
300 CONTINUE

```

```

ELE18=ELIII
ELE19=XCIII+ELIV
ELE20=XCIII+XCIV+ELV
ELE21=XCIII+XCIV+XCV+ELVI

```

```

ELE22=XCIII+XCIV+XCV+XCVI+ELVII
ELE23=XCIII+XCIV+XCV+XCVI+XCVII+ELVIII
ELE24=XCIII+XCIV+XCV+XCVI+XCVII+XCVIII
C1=F1(TET3)
C2=F1(-TET3)
C3=F2(TET3)
C4=F2(-TET3)

```

```

C
BETA=ATET3+ATET4+ATET5+ATET6+ATET7+ATET8
FORC1 =FORC1*EXP(MI*BETA)
FORC3 =FORC3*EXP(MI*BETA)
FORC2 =FORC2*EXP(-MI*BETA)
FORC4 =FORC4*EXP(-MI*BETA)

```

```

C
F=FORC1*C1-FORC2*C2+FORC3*C3-FORC4*C4-W3*ELE18
*W4*ELE19-W5*ELE20-W6*ELE21-W7*ELE22-W8*ELE23-CARGA*ELE24

```

```

C
GO TO 1000
400 CONTINUE
ELE25=ELIV
ELE26=XCIV+ELV
ELE27=XCIV+XCV+ELVI
ELE28=XCIV+XCV+XCVI+ELVII
ELE29=XCIV+XCV+XCVI+XCVII+ELVIII
ELE30=XCIV+XCV+XCVI+XCVII+XCVIII
D1=F1(TET4)
D2=F1(-TET4)
D3=F2(TET4)
D4=F2(-TET4)

```

```

C
BETA=ATET4+ATET5+ATET6+ATET7+ATET8
FORC1 =FORC1*EXP(MI*BETA)
FORC3 =FORC3*EXP(MI*BETA)
FORC2 =FORC2*EXP(-MI*BETA)
FORC4 =FORC4*EXP(-MI*BETA)

```

```

C
F=FORC1*D1-FORC2*D2+FORC3*D3-FORC4*D4-W4*ELE25
*W5*ELE26-W6*ELE27-W7*ELE28-W8*ELE29-CARGA*ELE30

```

```

C
GO TO 1000
500 CONTINUE
ELE31=ELV
ELE32=XCV+ELVI
ELE33=XCV+XCVI+ELVII
ELE34=XCV+XCVI+XCVII+ELVIII
ELE35=XCV+XCVI+XCVII+XCVIII
E1=F1(TET5)
E2=F1(-TET5)
E3=F2(TET5)
E4=F2(-TET5)

```

```

C
BETA=ATET5+ATET6+ATET7+ATET8
FORC1 =FORC1*EXP(MI*BETA)
FORC3 =FORC3*EXP(MI*BETA)

```



```
FORC2 =FORC2*EXP(-MI*BETA)
FORC4 =FORC4*EXP(-MI*BETA)
```

C

```
F=FORC1*E1-FORC2*E2+FORC3*E3-FORC4*E4-W5*ELE31
*-W6*ELE32-W7*ELE33-W8*ELE34-CARGA*ELE35
```

C

```
GO TO 1000
600 CONTINUE
ELE36=ELVI
ELE37=XCVI+ELVII
ELE38=XCVI+XCVII+ELVIII
ELE39=XCVI+XCVII+XCVIII
EF1=F1 (TET6)
EF2=F1(-TET6)
EF3=F2(TET6)
EF4=F2(-TET6)
```

C

```
BETA=ATET6+ATET7+ATET8
FORC1 =FORC1*EXP(MI*BETA)
FORC3 =FORC3*EXP(MI*BETA)
FORC2 =FORC2*EXP(-MI*BETA)
FORC4 =FORC4*EXP(-MI*BETA)
```

C

```
F=FORC1*EF1-FORC2*EF2+FORC3*EF3-FORC4*EF4
*-W6*ELE36-W7*ELE37-W8*ELE38-CARGA*ELE39
```

C

```
GO TO 1000
700 CONTINUE
ELE40=ELVII
ELE41=XCVII+ELVIII
ELE42=XCVII+XCVIII
G1=F1(TET7)
G2=F1(-TET7)
G3=F2(TET7)
G4=F2(-TET7)
```

C

```
BETA=ATET7+ATET8
FORC1 =FORC1*EXP(MI*BETA)
FORC3 =FORC3*EXP(MI*BETA)
FORC2 =FORC2*EXP(-MI*BETA)
FORC4 =FORC4*EXP(-MI*BETA)
```

C

```
F=FORC1*G1-FORC2*G2+FORC3*G3-FORC4*G4-W7*ELE40
*-W8*ELE41-CARGA*ELE42
```

C

```
GO TO 1000
800 CONTINUE
ELE43=ELVIII
ELE44=XCVIII
H1=F1(TET8)
H2=F1(-TET8)
H3=F2(TET8)
H4=F2(-TET8)
```

C

BETA=ATET8

FORC1 =FORC1*EXP(MI*BETA)

FORC3 =FORC3*EXP(MI*BETA)

FORC2 =FORC2*EXP(-MI*BETA)

FORC4 =FORC4*EXP(-MI*BETA)

C

F=FORC1*H1-FORC2*H2+FORC3*H3-FORC4*H4-W8*ELE43-CARGA*ELE44

C

1000 CONTINUE

C

RETURN

END

SUBROUTINE TRANS(N,X,Y,IND)

A SUBROTINA TRANS OPERA AS MATRIZES REFERENTES AO VETOR APROXIMACAO. POSSUI QUATRO MODOS DE OPERACAO :

PARAMETROS DE ENTRADA

N=NUMERO DE COMPONENTES DO VETOR APROXIMACAO.
 X,Y=MATRIZES DE ENTRADA OU SAIDA DE DADOS DEPENDENDO DO VALOR DE IND.
 IND=INDICE QUE CONTROLA A OPERACAO DE TRANS

SE IND=1

X=MATRIZ QUE ENTRA COM OS VALORES EM GRAUS.
 Y=MATRIZ QUE SAI COM OS VALORES CONVERTIDOS EM Radianos.

SE IND=2

Y=MATRIZ QUE ENTRA COM OS VALORES EM Radianos.
 X=MATRIZ QUE SAI COM OS VALORES CONVERTIDOS EM GRAUS.

SE IND=3

OS VALORES CONTIDOS EM X PASSAM PARA Y E VICE-VERSA

SE IND=4

OS VALORES CONTIDOS EM X SAO TAMBEM ACUMULADOS EM Y.

DIMENSION X(30),Y(30),Z(30),T(30)

IF(IND.EQ.1)GO TO 100

IF(IND.EQ.2)GO TO 200

IF(IND.EQ.3)GO TO 300

IF(IND.EQ.4)GO TO 400

100 DO 2 J=1,N

Y(J)=X(J)

Y(J)=Y(J)*3.14159/180.

2 CONTINUE

RETURN

200 DO 4 J=1,N

X(J)=Y(J)

X(J)=X(J)*180./3.14159

4 CONTINUE

```
      RETURN
C
300 DO 6 J=1,N
    T(J)=X(J)
    6 Z(J)=Y(J)
    DO 7 J=1,N
        Y(J)=0.00
    7 X(J)=0.00
    DO 8 J=1,N
        Y(J)=T(J)
    8 X(J)=Z(J)
    RETURN
C
400 CONTINUE
    DO 10 J=1,N
    10 Y(J)=X(J)
    RETURN
C
    END
```

SUBROUTINE DEFLEX(N,CAP,XX,DEF3,DEF5,DEF8,DEFTOT)

A SUBROTINA DEFLEX CALCULA A PARTIR DOS ANGULOS ENCONTRADOS POR NLSYS1 AS DEFLEXOES CORRESPONDENTES.

PARAMETROS DE ENTRADA

N=NUMERO DE COMPONENTES DO VETOR SOLUCAO.
CAP=DISTANCIA ENTRE OS C.R. DE DUAS JUNTAS ESFERICAS.
XX=VETOR SOLUCAO DO PROBLEMA, ANGULOS EM Radianos

PARAMETROS DE SAIDA

DEF3,DEF5,DEF8=DEFLEXOES DOS PONTOS 3,5,8.
DEFTOT=DEFLEXAO DO PONTO 10.

DIMENSION XX(30),H(30),XXX(30)

DEF(TETA)=CAP*SIN(TETA)

DO 10 I=1,N

DO 20 K=1,I

20 XXX(I)=XXX(I)+XX(K)

10 H(I)=DEF(XXX(I))

DEF3=H(1)

DEF5=H(1)+H(2)+H(3)

DEF8=H(1)+H(2)+H(3)+H(4)+H(5)+H(6)

DEFTOT=DEF8+H(7)+2.*H(8)

RETURN

END

SUBROUTINE INPUT

A SUBROTINA INPUT LE OS DADOS DE ENTRADA

SERAO LIDOS OS SEGUINTE CARTOES DE ENTRADA NOS RESPECTIVOS FORMATS:

DE 1 A 35	TEXTO A SER IMPRESSO NA SAIDA	FORMAT 20A4
36	--N	FORMAT I2
37	--X(I), I=1, N	FORMAT 8F10.4
38	--EL, ERRR, DE, ELE, CAP	FORMAT 5F10.4
39	--W1, W2, W3, W4, W5, W6, W7, W8	FORMAT 8F10.4
40	--NUMSIG, MAXIT, IPRINT	FORMAT 3I3
41	--MI, FI, CK1, CK2, CK3, CK4	FORMAT 6F10.4
42	--TENSÃO(I, J), I=1, 4 E J=1, 4	FORMAT 8F10.4

COMMON/S/N, X(30), EL, ERRR, DE, ELE, CAP, W1, W2, W3, W4, W5, W6, W7, W8
 *, MI, CK1, CK2, CK3, CK4, XZERO1, XZERO2, XZERO3, XZERO4, CARGA,
 *NUMSIG, MAXIT, IPRINT, ERRE, ERRE1, TENSÃO(4, 4), FI

COMMON/T/T01(20), T02(20), T03(20), T04(20), T05(20), T06(20),
 *T07(20), T08(20), T09(20), T10(20), T11(20), T12(20), T13(20),
 *T14(20), T15(20), T16(20), T17(20), T18(20), T19(20), T20(20),
 *T21(20), T22(20), T23(20), T24(20), T25(20), T26(20), T27(20),
 *T28(20), T29(20), T30(20), T31(20), T32(20), T33(20), T34(20),
 *T35(20)

REAL MI

LR=5

READ(LR, 11) T01, T02, T03, T04, T05, T06, T07, T08, T09, T10

READ(LR, 11) T11, T12, T13, T14, T15, T16, T17, T18, T19, T20

READ(LR, 11) T21, T22, T23, T24, T25, T26, T27, T28, T29, T30

READ(LR, 11) T31, T32, T33, T34, T35

READ(LR, 1000) N

READ(LR, 1001) (X(I), I=1, N)

READ(LR, 1002) EL, ERRR, DE, ELE, CAP

READ(LR, 1001) W1, W2, W3, W4, W5, W6, W7, W8

READ(LR, 1004) NUMSIG, MAXIT, IPRINT

READ(LR, 1005) MI, FI, CK1, CK2, CK3, CK4

READ(LR, 1001) ((TENSÃO(I, J), J=1, 4), I=1, 4)

11 FORMAT(20A4)

1000 FORMAT(I2)

1001 FORMAT(8F10.4)

1002 FORMAT(5F10.4)

1004 FORMAT(3I3)

1005 FORMAT(6F10.4)

RETURN

END

SUBROUTINE OUTP1

A SUBROTINA OUTP1 IMPRIME AS CARACTERISTICAS DO PROBLEMA EM ANALISE

NAO POSSUI PARAMETROS DE ENTRADA

```

COMMON/S/N,X(30),EL,ERRR,DE,ELE,CAP,W1,W2,W3,W4,W5,W6,W7,W8
*,M1,CK1,CK2,CK3,CK4,XZERO1,XZERO2,XZERO3,XZERO4,CARGA,
*NUNSIG,MAXIT,1PRINT,ERRE,ERRE1,TENSAO(4,4),FI
COMMON/T/T01(20),T02(20),T03(20),T04(20),T05(20),T06(20),
*T07(20),T08(20),T09(20),T10(20),T11(20),T12(20),T13(20),
*T14(20),T15(20),T16(20),T17(20),T18(20),T19(20),T20(20),
*T21(20),T22(20),T23(20),T24(20),T25(20),T26(20),T27(20),
*T28(20),T29(20),T30(20),T31(20),T32(20),T33(20),T34(20),
*T35(20)
REAL M1
LW=6
WRITE(LW, 9)
WRITE(LW,10)T01,T02,T02,T03
WRITE(LW,10)T02,T02,T04,T05
WRITE(LW,10)T06,T02,T02,T07
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,12)(X(I),I=1,N)
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T08
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T09
WRITE(LW,13)CAP
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T10
WRITE(LW,13)ELE
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T11
WRITE(LW,13)EL
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T12
WRITE(LW,13)DE
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T13
WRITE(LW,13)ERRR
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T14
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T15
WRITE(LW,13)W1

```

```

WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T16
WRITE(LW,13)W8
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T17
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,14)CK1,CK2
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,15)CK3,CK4
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T18
WRITE(LW,16)NUMSIG
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T19
WRITE(LW,16)MAXIT
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T20
WRITE(LW,16)IPRINT
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T01
9  FORMAT(1H1)
10 FORMAT(20X,20A4,/,20X,20A4,/,20X,20A4,/,20X,20A4)
11 FORMAT(20X,20A4)
12 FORMAT(20X,'*',18X,F10.4,20X,'*')
13 FORMAT('+',63X,F7.2)
14 FORMAT(20X,'*',5X,'K1...',F5.2,'KG/MM',8X,'K2...',F5.2,'KG/
*, 'MM',11X,'*')
15 FORMAT(20X,'*',5X,'K3...',F5.2,'KG/MM',8X,'K4...',F5.2,'KG/
*, 'MM',11X,'*')
16 FORMAT('+',68X,14)
RETURN
END

```


SUBROUTINE OUTPUT(RESULT)

A SUBROTINA OUTPUT IMPRIME OS RESULTADOS FINAIS

POSSUI O SEGUINTE PARAMETRO DE ENTRADA

RESULT(I,J,K)=MATRIZ QUE CONTEM OS RESULTADOS GERADOS

I=CORRESPONDE AS SERIES DE TENSOES.

J=CORRESPONDE AS CARGAS APLICADAS.

K=CORRESPONDE AS DEFLEXOES CALCULADAS.

```

COMMON/S/N,X(30),EL,ERRR,DE,ELE,CAP,W1,W2,W3,W4,W5,W6,W7,W8
*,MI,CK1,CK2,CK3,CK4,XZERO1,XZERO2,XZERO3,XZERO4,CARGA,
*NUMSIG,MAXIT,IPRINT,ERRE,ERPE1,TENSAO(4,4),FI
COMMON/T/T01(20),T02(20),T03(20),T04(20),T05(20),T06(20),
*T07(20),T08(20),T09(20),T10(20),T11(20),T12(20),T13(20),
*T14(20),T15(20),T16(20),T17(20),T18(20),T19(20),T20(20),
*T21(20),T22(20),T23(20),T24(20),T25(20),T26(20),T27(20),
*T28(20),T29(20),T30(20),T31(20),T32(20),T33(20),T34(20),
*T35(20)
DIMENSION RESULT(4,5,4)
REAL MI
LW=6
WRITE(LW, 9)
WRITE(LW,11)T01
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T02
IF(MI.NE.0.)GO TO 200
WRITE(LW,11)T21
GO TO 201
200 WRITE(LW,11)T32
WRITE(LW,11)T33
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T34
WRITE(LW,13)MI
WRITE(LW,11)T02
201 CONTINUE
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T22
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T02
KK=1
WRITE(LW,17)(TENSAO(KK,I),I=1,4)
202 CONTINUE
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T35
WRITE(LW,11)T23
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T24

```

```

WRITE(LW,18)(RESULT(KK,1,I),I=1,4)
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T25
WRITE(LW,18)(RESULT(KK,2,I),I=1,4)
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T26
WRITE(LW,18)(RESULT(KK,3,I),I=1,4)
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T27
WRITE(LW,18)(RESULT(KK,4,I),I=1,4)
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T28
WRITE(LW,18)(RESULT(KK,5,I),I=1,4)
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T01
GO TO (110,120,130,140),KK
110 CONTINUE
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T29
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T02
KK=2
WRITE(LW,17)(TENSAD(KK,I),I=1,4)
GO TO 202
120 CONTINUE
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T30
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T02
KK=3
WRITE(LW,17)(TENSAD(KK,I),I=1,4)
GO TO 202
130 CONTINUE
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T31
WRITE(LW,11)T02
WRITE(LW,11)T02
KK=4
WRITE(LW,17)(TENSAD(KK,I),I=1,4)
GO TO 202
140 CONTINUE
9 FORMAT(1H1)
11 FORMAT(20X,20A4)
13 FORMAT('+',63X,F7.2)
17 FORMAT(20X,'+',3X,'X01=',F5.2,4X,'X02=',F5.2,4X,'X03=',F5.2
* 4X,'X04=',F5.2,3X,'*')
18 FORMAT('+',20X,1X,15X,F8.2,F8.2,F8.2,F8.2)
RETURN
END

```

```

C      PROGRAMA PRINCIPAL
C
C      COMMON/S/N,X(30),EL,ERRR,DE,ELE,CAP,W1,W2,W3,W4,W5,W6,W7,W8
*,MI,CK1,CK2,CK3,CK4,XZERO1,XZERO2,XZERO3,XZERO4,CARGA,
*NUMSIG,MAXIT,IPRINT,ERRE,ERRE1,TENSAO(4,4),FI
COMMON/T/T01(20),T02(20),T03(20),T04(20),T05(20),T06(20),
*T07(20),T08(20),T09(20),T10(20),T11(20),T12(20),T13(20),
*T14(20),T15(20),T16(20),T17(20),T18(20),T19(20),T20(20),
*T21(20),T22(20),T23(20),T24(20),T25(20),T26(20),T27(20),
*T28(20),T29(20),T30(20),T31(20),T32(20),T33(20),T34(20),
*T35(20)
DIMENSION XX(30),Y(30),Z(30)
DIMENSION RESULT(4,5,4)
REAL MI
CALL INPUT
CALL OUTP1
C
C      VARIACAO DO COEFICIENTE DE ATRITO NOS CABOS.
C
DO 1500 KJI=1,6
GO TO (12,22,32,42,52,62),KJI
12 CONTINUE
MI=0.00
GO TO 72
22 CONTINUE
MI=0.10
GO TO 72
32 CONTINUE
MI=0.20
GO TO 72
42 CONTINUE
MI=0.30
GO TO 72
52 CONTINUE
MI=0.40
GO TO 72
62 CONTINUE
MI=0.50
72 CONTINUE
C
C      VARIACAO DAS TENSOES INICIAIS.
C
DO 1400 KK=1,4
GO TO (11,21,31,41),KK
11 CONTINUE
PRIMEIRA SERIE DE TENSOES
XZERO1=TENSAO(1,1)
XZERO2=TENSAO(1,2)
XZERO3=TENSAO(1,3)
XZERO4=TENSAO(1,4)
GO TO 61
21 CONTINUE
SEGUNDA SERIE DE TENSOES

```

```

XZERO1=TENSAO(2,1)
XZERO2=TENSAO(2,2)
XZERO3=TENSAO(2,3)
XZERO4=TENSAO(2,4)
GO TO 61
31 CONTINUE
C TERCEIRA SERIE DE TENSOES
XZERO1=TENSAO(3,1)
XZERO2=TENSAO(3,2)
XZERO3=TENSAO(3,3)
XZERO4=TENSAO(3,4)
GO TO 61
41 CONTINUE
C QUARTA SERIE DE TENSOES
XZERO1=TENSAO(4,1)
XZERO2=TENSAO(4,2)
XZERO3=TENSAO(4,3)
XZERO4=TENSAO(4,4)
61 CONTINUE
C
C VARIACAO DAS CARGAS NA EXTREMIDADE.
C
DO 1400 IJK=1,5
GO TO (10,20,30,40,50),IJK
10 CONTINUE
CARGA=0.5
GO TO 60
20 CONTINUE
CARGA=0.79
GO TO 60
30 CONTINUE
CARGA=1.00
GO TO 60
40 CONTINUE
CARGA=1.42
GO TO 60
50 CONTINUE
CARGA=2.0
GO TO 60
60 CONTINUE
ERRE=ERRR*COS(FI*3.14159/180.)
ERPE1=ERRR*SIN(FI*3.14159/180.)
IRF=0
CALL TRANS(N,X,Y,1)
N1=N
MAX=MAXIT
C
C
C CALCULO DO VETOR SOLUCAO A PARTIR DE UMA APROXIMACAO.
C
CALL NLSYS1(N1,Y,NUMSIG,MAX,IPRINT,IRF)
C
C
C

```

```
      CALL DEFLEX(N,CAP,Y,DEF3,DEF5,DEF8,DEFTOT)
      RESULT(KK,IJK,1)=DEF3
      RESULT(KK,IJK,2)=DEF5
      RESULT(KK,IJK,3)=DEF8
      RESULT(KK,IJK,4)=DEFTOT
1400  CONTINUE
C
      CALL OUTPUT(RESULT)
C
1500  CONTINUE
      CALL EXIT
      END
```

C
C
C

* CALCULO DAS DEFLEXOES PARA UM SISTEMA DE OITO JUNTAS *
 * PROCESSO ITERATIVO DE SOLUCAO PARA O SISTEMA NAO *
 * LINEAR DE EQUACOES A PARTIR DE UMA APROXIMACAO INICI *
 * AL PARA OS ANGULOS DAS JUNTAS. *

* VALOR DA APROXIMACAO(GRAUS) *

* CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DAS JUNTAS *

* DISTANCIA ENTRE CENTROS DE ROTACAO..... MM *

* DISTANCIA ENTRE C.R. E CENTRO DE GRAV..... MM *

* DISTANCIA ENTRE ELEMENTOS (L)..... MM *

* DISTANCIA DO C.R. A BORDA (D)..... MM *

* RAIO DE LOCALIZACAO DOS CABOS DE ACO..... MM *

* PESOS DOS ELEMENTOS CILINDRICOS *

* ELEMENTO COMUM MAIS ESFERA..... KG *

* ELEMENTO DA EXTREMIDADE..... KG *

* RIGIDEZ DAS MOLAS *

* NUMERO DE ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS..... *

* NUMERO MAXIMO DE ITERACOES..... *

* VALOR DE IPRINT..... *

* CALCULO DE DEFLEXOES:PROBLEMA SEM ATRITO *

* PRIMEIRA SERIE DE TENSOES *

* CARGAS 3 5 8 10 *

* 0.500 *

* 0.790 *

* 1.000 *

* 1.420 *

* 2.000 *

* SEGUNDA SERIE DE TENSOES *

* TERCEIRA SERIE DE TENSOES *

* QUARTA SERIE DE TENSOES *

* CALCULO DE DEFLEXOES:PROBLEMA CONSIDERANDO ATRITO *

* SOMENTE NOS CABOS. *

* COEFICINTE DE ATRITO NO CABO..... *

* PONTOS *

8	8.00	5.00	3.00	1.00	-1.00	-3.00	-5.
00	13.50	19.00	5.37	9.59	23.30		
	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.
09	3100 0						
	0.0	45.00	2.48	1.89	2.11	1.88	
	3.36	4.61	4.00	4.62	5.71	7.43	6
.82	6.89	9.08	8.24	9.09	8.07	10.73	9
.60							

```

*****
*
*
*  CALCULO DAS DEFLEXOES PARA UM SISTEMA DE CITO JUNTAS
*
*
*  PROCESSO ITERATIVO DE SOLUCAO PARA O SISTEMA NAO
*  LINEAR DE EQUACOES A PARTIR DE UMA APROXIMACAO INICI
*  AL PARA OS ANGULOS DAS JUNTAS.
*
*
*          VALOR DA APROXIMACAO(GRAUS)
*
*          8.0000
*          5.0000
*          3.0000
*          1.0000
*         -1.0000
*         -3.0000
*         -5.0000
*         -8.0000
*
*
*          CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DAS JUNTAS
*
*
*  DISTANCIA ENTRE CENTROS DE ROTACAO..... 23.30 MM
*
*  DISTANCIA ENTRE C.R. E CENTRO DE GRAV..... 19.59 MM
*
*  DISTANCIA ENTRE ELEMENTOS ( L )..... 13.50 MM
*
*  DISTANCIA DO C.R. A BORDA ( D )..... 5.37 MM
*
*  RAIO DE LOCALIZACAO DOS CABOS DE ACC..... 19.00 MM
*
*
*
*          PESOS DOS ELEMENTOS CILINDRICOS
*
*  ELEMENTO COMUM MAIS ESFERA..... 0.09 KG
*
*  ELEMENTO DA EXTREMIDADE..... 0.15 KG
*
*
*          RIGIDEZ DAS MOLAS
*
*  K1... 2.48KG/MM          K2... 1.89KG/MM
*
*  K3... 2.11KG/MM          K4... 1.88KG/MM
*
*
*  NUMERO DE ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS..... 3
*
*  NUMERO MAXIMO DE ITERACOES.....100
*
*  VALOR DE IPRINT..... 0
*
*****

```

CALCULO DE DEFLEXOES: PROBLEMA SEM ATRITO
PRIMEIRA SERIE DE TENSOES

X01= 5.36	X02= 4.61	X03= 4.00	X04= 4.62
		PONTOS	
CARGAS	3	5	8
			10
0.500	5.76	26.65	58.23
0.790	6.67	30.74	67.46
1.000	7.24	33.20	72.90
1.420	8.22	37.25	81.70
2.000	9.34	41.56	90.81
			109.67

SEGUNDA SERIE DE TENSOES

X01= 5.71	X02= 7.43	X03= 6.82	X04= 7.44
PONTOS			
CARGAS	3	5	8
0.500	4.19	19.65	43.44
0.790	5.05	23.69	52.80
1.000	5.59	26.23	58.61
1.420	6.55	30.54	68.34
2.000	7.66	35.25	78.77

TERCEIRA SERIE DE TENSOES

X01= 6.89	X02= 9.08	X03= 8.24	X04= 9.09
CARGAS	3	5	8
		PONTOS	10
0.500	3.63	17.09	38.11
0.790	4.43	20.93	47.08
1.000	4.95	23.40	52.79
1.420	5.88	27.67	62.58
2.000	6.95	32.43	73.31
			89.92

QUARTA SERIE DE TENSOES

X01= 8.07	X02=10.73	X03= 9.66	X04=10.74	
CARGAS	3	5	8	10
	PONTOS			
0.540	3.19	15.11	33.95	40.43
0.790	3.94	18.71	42.43	51.05
1.000	4.43	21.07	47.96	58.04
1.420	5.32	25.23	57.62	70.45
2.000	6.36	29.97	68.45	84.77

CALCULO DE DEFLEXOES: PROBLEMA CONSIDERANDO ATRITO
SOMENTE NOS CABOS.

COEFICIENTE DE ATRITO NO CABO..... 0.20

PRIMEIRA SERIE DE TENSOES

X01= 3.36 X02= 4.61 X03= 4.00 X04= 4.62

CARGAS	PONTOS			
	3	5	8	10
0.500	3.84	18.97	42.72	48.37
0.790	4.57	22.61	51.48	58.92
1.000	5.05	24.89	56.86	65.50
1.420	5.88	28.75	65.78	76.68
2.000	6.85	33.01	75.32	89.13

SEGUNDA SERIE DE TENSOES

X01= 5.71 X02= 7.43 X03= 6.82 X04= 7.44

CARGAS	PONTOS			
	3	5	8	10
0.500	2.55	12.77	29.08	33.05
0.790	3.15	15.87	36.76	42.37
1.000	3.55	17.93	41.82	46.57
1.420	4.30	21.63	50.76	59.69
2.000	5.20	25.94	60.96	72.73

TERCEIRA SERIE DE TENSOES

X01= 6.89 X02= 9.08 X03= 8.24 X04= 9.09

CARGAS	PONTOS			
	3	5	8	10
0.500	2.15	10.81	24.88	28.71
0.790	2.68	13.58	31.82	37.21
1.000	3.04	15.46	36.50	42.99
1.420	3.72	18.91	45.01	53.61
2.000	4.56	23.06	55.03	66.42

QUARTA SERIE DE TENSOES

X01= 8.57 X02=10.73 X03= 9.66 X04=10.74

CARGAS	PONTOS			
	3	5	8	10
0.500	1.85	9.38	21.82	25.59
0.790	2.32	11.86	28.10	33.36
1.000	2.65	13.56	32.41	38.73
1.420	3.27	16.76	40.39	48.77
2.000	4.05	20.69	50.07	61.17

CALCULO DE DEFLEXOES: PROBLEMA CONSIDERANDO ATRITO
SOMENTE NOS CABOS.

COEFICIENTE DE ATRITO NO CABO..... 0.30

PRIMEIRA SERIE DE TENSOES

X01= 3.36 X02= 4.61 X03= 4.00 X04= 4.62

CARGAS	PONTOS			
	3	5	8	10
0.500	3.17	16.13	36.66	41.29
0.790	3.80	19.37	44.90	51.11
1.000	4.20	21.44	50.03	57.33
1.420	4.91	24.97	58.64	68.00
2.000	5.72	28.87	67.92	79.93

SEGUNDA SERIE DE TENSOES

X01= 5.71 X02= 7.43 X03= 6.82 X04= 7.44

CARGAS	PONTOS			
	3	5	8	10
0.500	2.06	10.57	24.22	27.29
0.790	2.55	13.21	31.04	35.51
1.000	2.89	15.00	35.61	41.08
1.420	3.50	18.24	43.84	51.25
2.000	4.26	22.09	53.45	63.41

TERCEIRA SERIE DE TENSOES

X01= 6.89 X02= 9.08 X03= 8.24 X04= 9.09

CARGAS	PONTOS			
	3	5	8	10
0.500	1.73	8.89	20.62	23.61
0.790	2.15	11.21	26.67	30.99
1.000	2.45	12.81	30.82	36.78
1.420	3.01	15.79	38.49	45.61
2.000	3.70	19.43	47.75	57.35

QUARTA SERIE DE TENSOES

X01= 8.07 X02= 10.73 X03= 9.66 X04= 10.74

CARGAS	PONTOS			
	3	5	8	10
0.500	1.48	7.68	18.04	21.03
0.790	1.86	9.74	23.46	27.71
1.000	2.12	11.17	27.23	32.38
1.420	2.63	13.89	34.31	41.25
2.000	3.27	17.30	43.11	52.45

CALCULO DE DEFLEXOES: PROBLEMA CONSIDERANDO ATRITO
SOMENTE NOS CABOS.

COEFICIENTE DE ATRITO NO CABO..... 0.40

PRIMEIRA SERIE DE TENSOES

X01= 3.36 X02= 4.61 X03= 4.00 X04= 4.62

CARGAS	PONTOS			
	3	5	8	10
0.500	2.66	13.82	31.67	35.51
0.790	3.19	16.73	39.33	44.59
1.000	3.54	18.58	44.17	50.42
1.420	4.13	21.74	52.38	60.52
2.000	4.80	25.23	61.29	71.87

SEGUNDA SERIE DE TENSOES

X01= 5.71 X02= 7.43 X03= 6.82 X04= 7.44

CARGAS	PONTOS			
	3	5	8	10
0.500	1.71	8.92	20.45	22.87
0.790	2.12	11.19	26.51	30.14
1.000	2.39	12.73	30.62	35.13
1.420	2.91	15.56	38.16	44.37
2.000	3.54	18.96	47.12	55.64

TERCEIRA SERIE DE TENSOES

X01= 6.89 X02= 9.08 X03= 8.24 X04= 9.09

CARGAS	PONTOS			
	3	5	8	10
0.500	1.43	7.48	17.37	19.76
0.790	1.78	9.45	22.68	26.21
1.000	2.02	10.81	26.36	30.71
1.420	2.49	13.38	33.26	39.24
2.000	3.06	16.55	41.73	49.91

QUARTA SERIE DE TENSOES

X01= 8.07 X02=10.73 X03= 9.66 X04=10.74

CARGAS	PONTOS			
	3	5	8	10
0.500	1.22	6.44	15.20	17.62
0.790	1.53	8.13	19.92	23.43
1.000	1.75	9.40	23.23	27.52
1.420	2.16	11.71	29.52	35.37
2.000	2.69	14.61	37.24	45.20

Apêndice II

Neste Apêndice estão as fotos da bancada de testes. As medições foram realizadas nos laboratórios do NEM -Núcleo de Ensaios em Metrologia; situado no bloco I, sala 243, do Centro de Tecnologia da UFRJ.

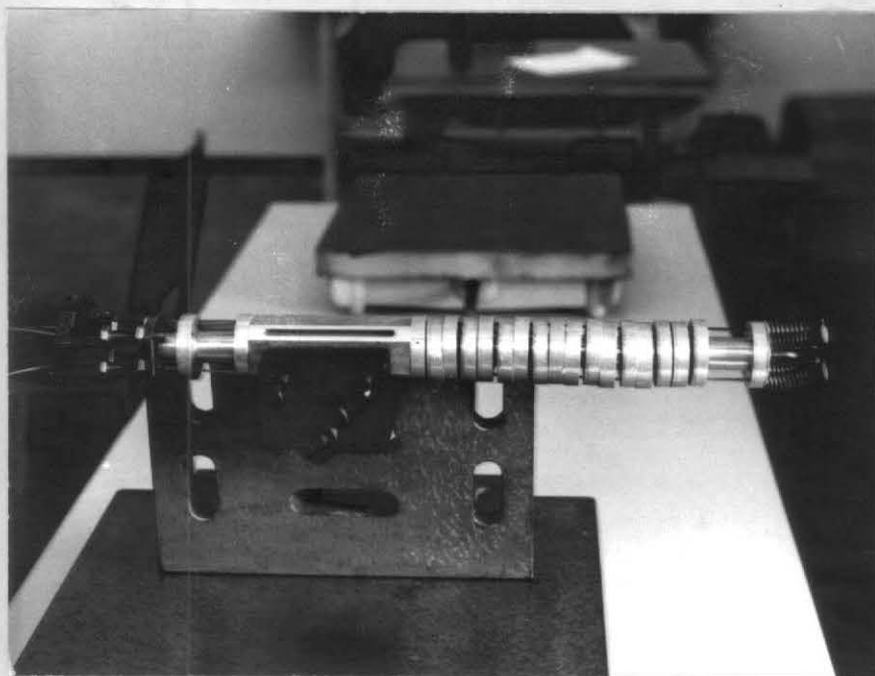


foto 1 - braço preso a cantoneira

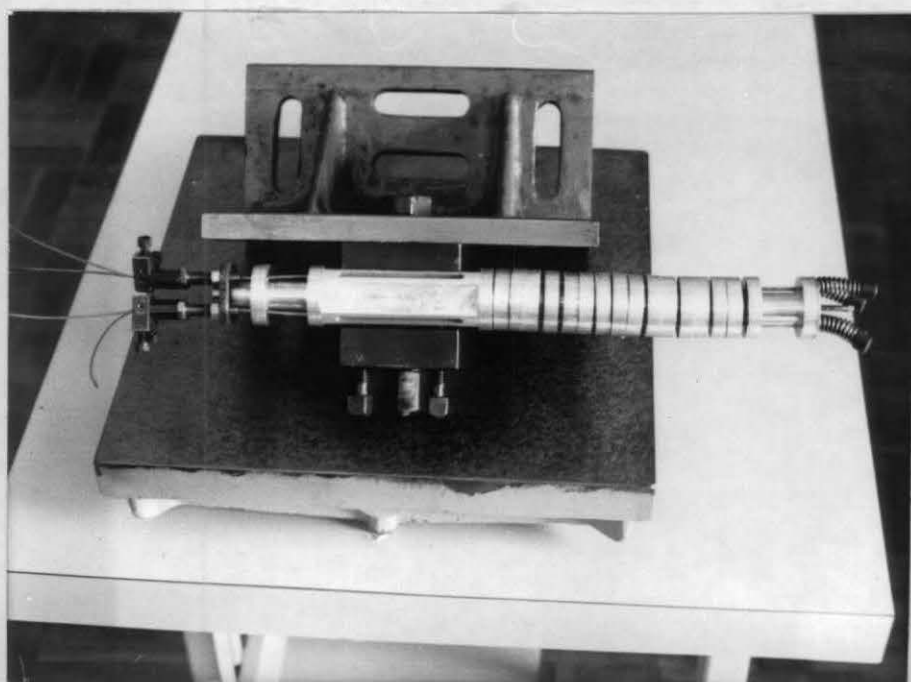


foto 2 - outra vista do braço preso
a cantoneira

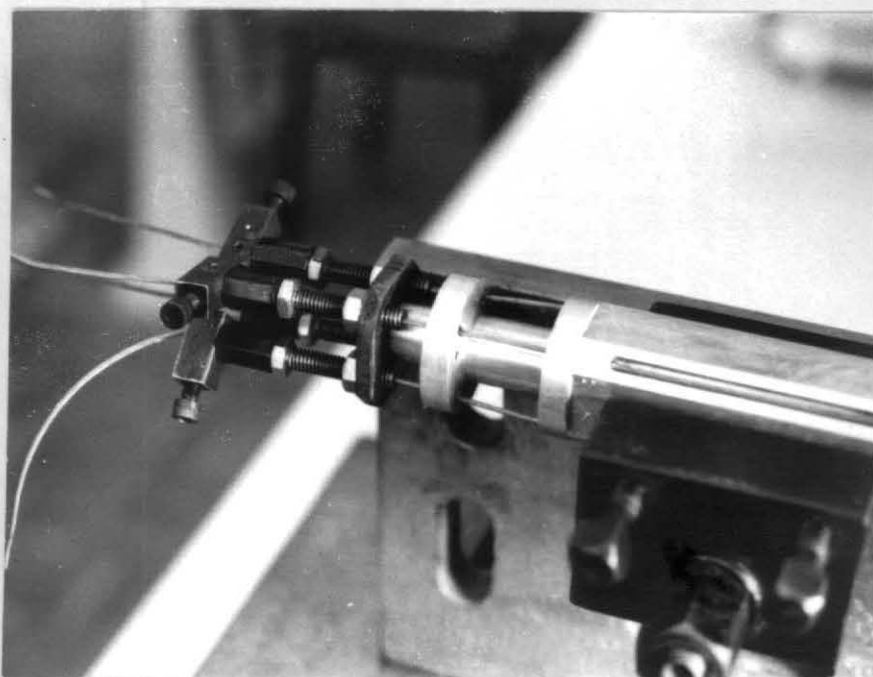


foto 3 - seção central, elemento da extremidade e fixação dos cabos

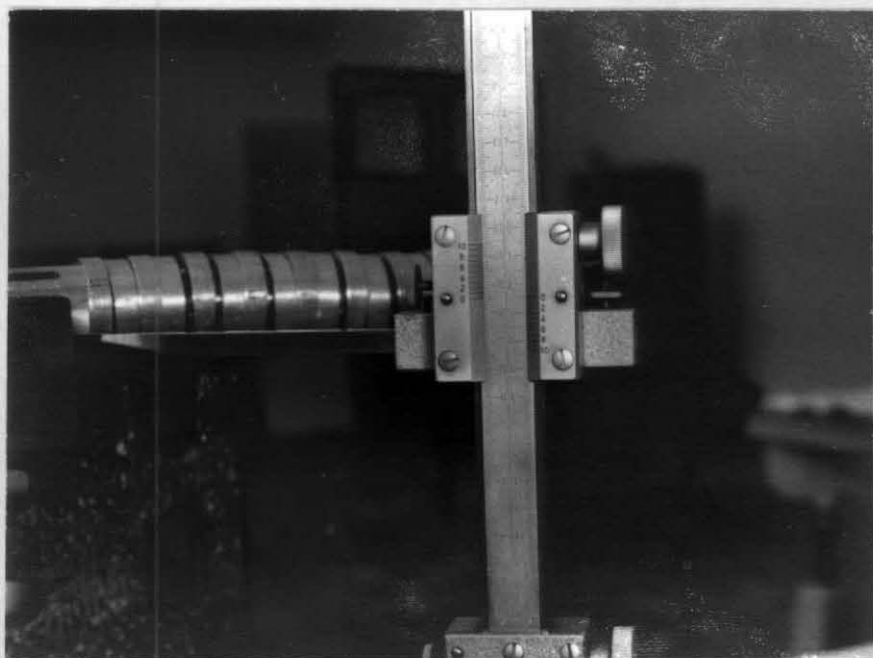


foto 4 - paquímetro de altura



foto 5 - realização das medições

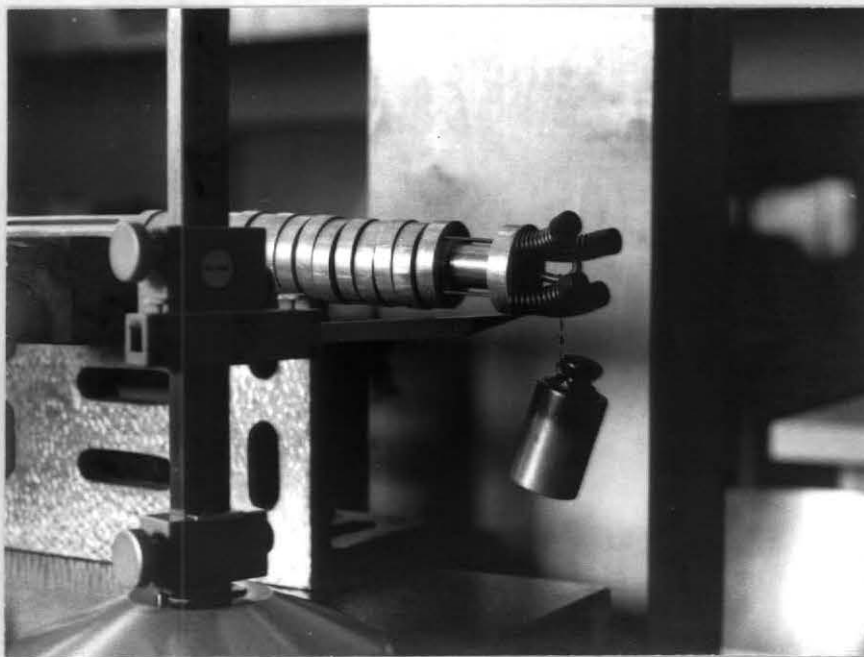


foto 6 - gancho de aplicação de
cargas.

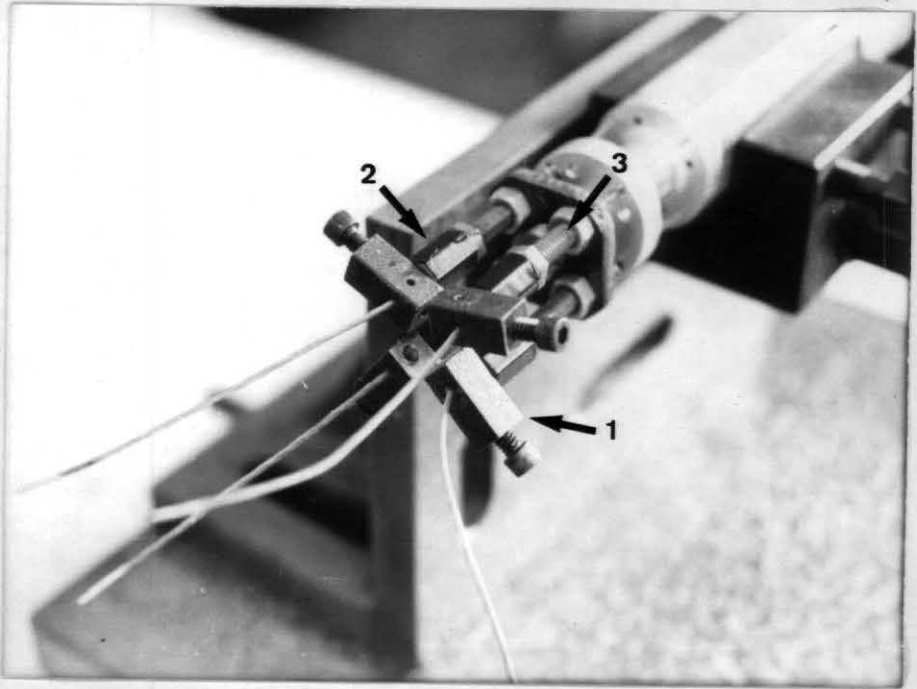


foto 7 - sistema de pr tensionamento dos
cabos de aço

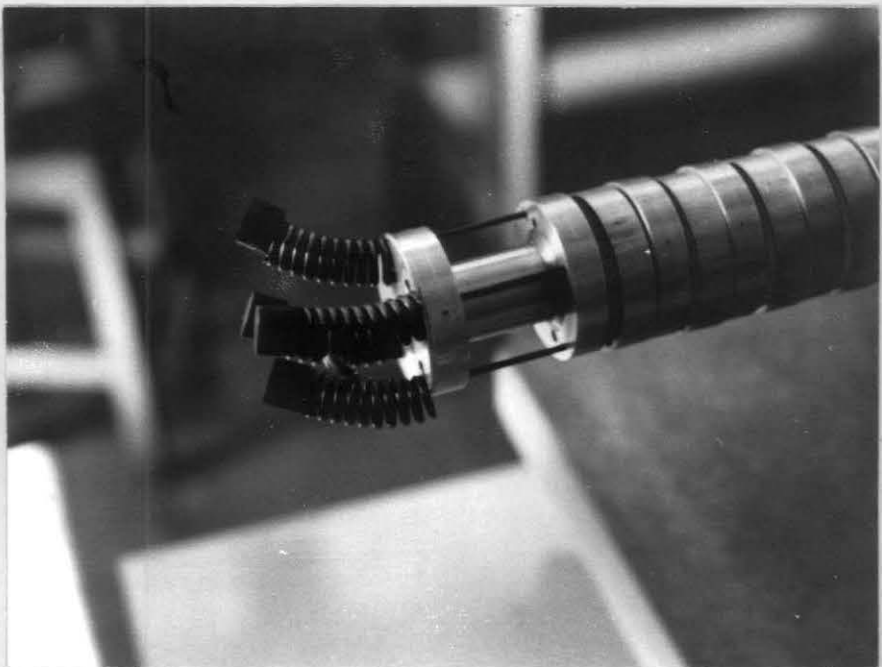


foto 8 - elemento da extremidade com
sistema de molas

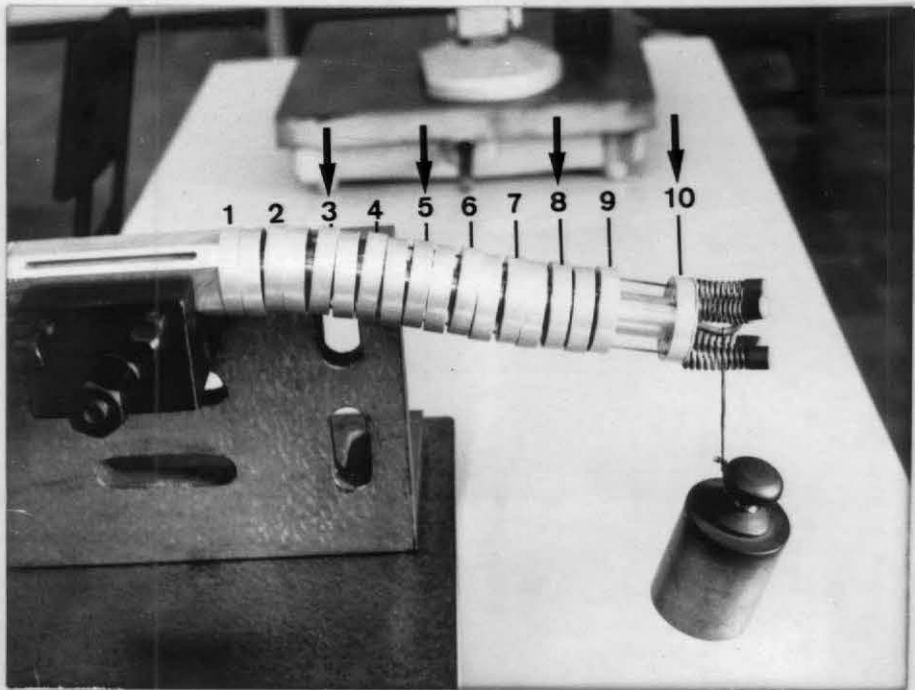


foto 9 - pontos de medição ao longo do
braço

Apêndice III

Estão aqui tabelados os valores obtidos nos testes, bem como o cálculo das médias e desvios padrões. A descrição das medições está no capítulo (VIII). Cada tabela possui a descrição das condições em que foi realizado o experimento.

ptos cargas	3	5	8	10
0,50	1,2	6,4	13,2	19,8
	1,4	5,9	10,5	17,5
	1,3	6,0	11,5	17,2
	1,4	6,5	12,5	19,0
	1,2	6,2	12,0	18,6
	1,4	5,8	13,1	19,0
	1,3	5,0	10,2	19,2
	1,4	6,1	12,5	19,3
	1,5	6,1	11,9	18,5
	1,6	5,8	11,5	19,6
\bar{x}	1,4	6,0	11,9	18,8
σ	0,1	0,4	1,0	0,8

1,00	1,8	10,0	25,0	36,1
	1,7	9,7	24,9	35,7
	1,7	10,0	25,4	36,0
	1,8	10,2	25,7	36,5
	1,8	10,1	25,6	36,5
	1,7	10,2	25,5	36,2
	1,8	10,5	25,3	36,5
	1,7	11,0	25,8	37,0
	1,7	10,4	26,2	37,5
	1,8	10,5	25,5	36,8
	\bar{x}	1,7	10,3	25,5
	σ	0,1	0,4	0,5

2,00	1,8	12,5	39,6	57,4
	1,0	13,2	40,0	58,0
	1,0	12,8	40,5	58,3
	1,0	13,0	40,8	58,1
	1,0	13,0	41,8	60,0
	1,2	12,7	40,5	57,9
	1,1	13,2	40,5	58,8
	1,2	13,0	41,0	57,6
	1,0	13,3	41,6	59,0
	1,3	13,6	40,4	58,2
	\bar{x}	1,2	13,0	40,7
	σ	0,3	0,3	0,6

ptos cargas	3	5	8	10
0,79	1,6	8,5	19,0	28,0
	1,5	9,8	22,0	30,1
	1,5	8,7	20,9	30,6
	1,6	8,7	19,2	28,9
	1,5	9,0	20,0	29,8
	1,5	9,0	20,0	29,1
	1,5	9,0	20,2	30,0
	1,6	8,9	20,2	29,9
	1,6	9,7	21,5	30,2
	1,5	9,5	20,8	30,3
\bar{x}	1,5	9,1	20,4	29,7
σ	0,1	0,4	0,9	0,8

1,42	1,8	12,0	34,0	49,0
	1,8	11,2	33,2	47,5
	1,8	11,9	33,5	47,9
	1,7	11,1	32,0	46,0
	1,8	12,0	32,7	47,0
	1,8	11,5	34,0	47,8
	1,7	11,0	34,0	47,5
	1,8	11,5	32,0	46,8
	1,8	11,2	34,0	47,3
	1,7	11,8	32,5	46,5
	\bar{x}	1,8	11,5	33,2
	σ	0,1	0,4	0,8

TABELA I

- MEDIÇÕES A SECO

- 1ª SÉRIE DE TENSÕES

Ptos cargas	3	5	8	10
0,50	0,9	3,7	7,3	10,0
	1,0	4,0	7,2	9,6
	1,1	3,8	6,7	9,3
	1,0	4,2	8,0	10,3
	1,2	3,8	5,0	6,9
	1,1	5,1	9,7	11,2
	1,0	4,7	9,4	11,3
	1,1	4,1	8,9	10,1
	1,2	5,0	6,9	10,2
	1,2	4,6	6,1	9,3
\bar{x}	1,1	4,3	7,5	9,9
σ	0,1	0,5	1,5	1,3

1,00	1,1	6,7	12,0	18,0
	1,1	7,0	12,7	18,6
	1,2	7,0	13,0	19,0
	1,1	6,9	12,9	18,3
	1,2	7,3	13,0	18,5
	1,3	6,8	12,3	18,3
	1,1	7,3	14,2	20,0
	1,2	6,7	12,2	18,3
	1,2	7,0	13,1	19,0
	1,1	8,5	15,0	20,8
\bar{x}	1,2	7,1	13,0	18,9
σ	0,1	0,5	0,9	0,9

2,00	1,1	12,1	34,5	50,0
	1,1	11,0	34,0	48,5
	1,0	12,0	33,9	49,7
	1,2	11,8	32,5	47,0
	1,1	11,6	32,8	46,8
	1,2	12,5	33,5	48,5
	1,1	11,5	31,0	47,0
	1,2	12,0	33,7	49,9
	1,1	12,6	33,2	48,4
	1,1	11,9	32,2	46,5
\bar{x}	1,1	11,9	33,1	48,2
σ	0,1	0,5	1,0	1,3

Ptos cargas	3	5	8	10
0,79	1,1	4,9	8,6	13,5
	1,0	5,5	10,5	15,1
	1,3	5,4	9,0	13,0
	1,2	5,6	9,4	13,3
	1,0	5,0	8,0	12,5
	1,1	4,9	7,4	11,8
	1,2	6,1	11,0	15,5
	1,2	5,9	9,5	14,1
	1,1	5,8	9,0	13,0
	1,0	6,0	10,0	15,0
\bar{x}	1,1	5,5	9,2	13,7
σ	0,1	0,4	1,1	1,2

1,42	1,1	9,0	19,5	29,3
	1,2	10,0	23,1	34,1
	1,1	9,8	22,0	30,9
	1,1	10,0	25,0	33,9
	1,2	9,1	22,0	31,0
	1,0	9,5	23,0	32,5
	1,3	9,0	20,8	30,1
	1,2	8,8	24,8	33,8
	1,1	9,6	22,5	32,0
	1,1	9,2	21,9	30,9
\bar{x}	1,1	9,4	22,5	31,8
σ	0,1	0,4	1,7	1,7

TABELA II
- MEDIÇÕES A SECO
- 2ª SÉRIE DE TENSÕES

ptqs cargas	3	5	8	10
0,50	0,8	2,1	2,0	4,0
	0,8	2,1	2,4	4,6
	0,8	2,1	3,5	6,2
	0,8	2,0	2,9	5,1
	0,9	1,8	2,1	4,2
	0,8	2,0	2,6	5,0
	0,9	3,1	5,2	7,0
	1,0	3,0	4,9	6,1
	0,8	3,1	4,6	6,0
	0,9	3,1	4,4	5,5
\bar{x}	0,8	2,4	3,5	5,4
σ	0,1	0,4	1,2	1,0

1,00	1,2	5,3	10,9	15,9
	1,1	5,5	11,0	15,9
	1,3	5,8	12,1	17,7
	1,1	6,0	12,2	18,0
	1,2	5,7	12,0	17,5
	1,0	4,9	8,3	14,5
	1,1	5,0	9,2	15,0
	1,2	4,5	8,9	12,8
	1,1	5,5	10,5	16,5
	1,2	5,0	9,4	15,0
	\bar{x}	1,1	5,3	10,4
	σ	0,1	0,5	1,4

2,00	1,0	11,0	28,8	41,8
	1,0	10,3	28,1	39,1
	1,2	11,2	28,6	42,7
	1,0	10,9	28,7	41,5
	1,3	11,2	30,0	43,9
	1,0	11,0	28,5	41,8
	1,1	10,4	28,3	41,5
	1,2	10,9	30,0	43,0
	1,0	11,0	30,0	43,1
	1,3	10,5	26,1	38,4
	\bar{x}	1,1	10,8	28,7
	σ	0,1	0,3	1,2

ptqs cargas	3	5	8	10
0,79	1,0	4,3	8,0	12,1
	1,3	4,0	7,4	11,5
	1,1	4,2	7,6	11,4
	1,2	4,1	7,1	11,0
	1,2	4,1	7,4	11,4
	1,1	4,9	8,5	13,0
	1,0	4,5	8,0	12,0
	1,2	4,2	8,1	11,9
	1,1	4,0	7,5	11,0
	1,0	4,1	8,4	12,7
	\bar{x}	1,1	4,2	7,8
	σ	0,1	0,3	0,5

1,42	1,3	7,2	16,3	26,0
	1,5	7,7	18,1	27,4
	1,4	7,0	15,1	24,0
	1,3	7,2	16,0	24,9
	1,4	7,5	18,2	27,2
	1,4	8,3	20,0	30,0
	1,3	7,4	18,0	27,8
	1,4	8,5	19,5	29,0
	1,4	8,3	18,8	27,7
	1,4	8,0	17,9	28,5
	\bar{x}	1,4	7,7	17,8
	σ	0,1	0,5	1,6

TABELA III

- MEDIÇÕES A SECO
- 3ª SÉRIE DE TENSÕES

PtQs cargas	3	5	8	10
0,50	1,0	1,1	1,5	2,1
	1,0	1,0	1,4	3,8
	0,9	0,9	0,8	2,0
	1,0	1,8	2,5	3,9
	1,1	1,9	2,8	4,2
	1,0	1,1	1,4	2,5
	1,0	2,3	3,8	5,5
	1,0	2,0	2,8	4,3
	1,1	1,9	3,2	5,0
	1,0	2,1	3,5	5,1
\bar{x}	1,0	1,6	2,4	3,8
σ	0,1	0,5	1,0	1,3

PtQs cargas	3	5	8	10
0,79	1,0	4,6	8,0	13,0
	1,0	3,0	7,0	11,2
	1,1	4,4	7,6	12,2
	1,0	3,2	7,5	12,1
	1,0	4,5	7,6	12,0
	1,0	4,0	8,4	13,5
	1,1	3,0	4,6	9,2
	1,0	3,0	5,8	10,0
	1,0	3,2	5,0	9,5
	1,1	4,5	7,5	13,0
\bar{x}	1,0	3,7	6,9	11,6
σ	0,1	0,7	1,3	1,5

1,00	1,4	7,1	12,9	18,5
	1,5	7,1	13,1	18,2
	1,4	7,3	11,3	17,8
	1,7	7,6	14,0	21,0
	1,5	6,6	11,3	19,0
	1,0	5,0	8,1	13,1
	1,2	6,0	10,6	16,2
	1,0	6,2	10,5	16,2
	1,1	6,5	10,9	17,5
	1,0	5,9	10,0	15,5
\bar{x}	1,3	6,5	11,3	17,3
σ	0,2	0,8	1,7	2,2

1,42	1,4	6,9	13,4	21,2
	1,5	7,5	14,5	22,9
	1,3	6,1	11,2	18,5
	1,2	7,3	13,5	22,0
	1,4	7,9	15,0	23,5
	1,3	6,6	12,0	19,3
	1,2	6,5	12,0	19,0
	1,5	8,1	15,5	24,5
	1,3	8,0	15,0	23,5
	1,4	8,1	16,1	22,9
\bar{x}	1,3	7,3	13,8	21,7
σ	0,1	0,7	1,7	2,1

2,00	1,0	10,1	23,0	36,6
	1,1	10,0	22,1	35,5
	1,0	10,3	22,8	35,2
	1,0	10,5	23,3	35,8
	1,0	10,5	24,0	36,4
	1,2	10,7	24,9	37,2
	1,0	10,0	23,1	35,0
	1,0	10,0	22,7	34,1
	1,1	10,5	25,0	37,0
	1,0	10,2	24,8	37,5
\bar{x}	1,0	10,3	23,6	36,0
σ	0,1	0,3	1,0	1,0

TABELA IV
- MEDIÇÕES A SECO
- 4ª SÉRIE DE TENSÕES

ptos cargas	3	5	8	10
0,50	1,5	8,5	17,3	22,1
	1,4	8,0	16,5	21,4
	1,5	8,3	17,2	22,1
	1,5	8,4	17,3	22,0
	1,5	8,4	17,4	22,0
	1,5	8,6	17,8	23,0
	1,5	8,6	18,0	21,0
	1,5	8,3	16,7	22,4
	1,3	8,4	16,9	22,0
	1,3	8,5	17,0	22,5
\bar{x}	1,45	8,40	17,21	22,26
σ	0,08	0,18	0,46	0,51

ptos cargas	3	5	8	10
0,79	1,5	11,0	25,3	33,7
	1,4	10,5	24,0	32,5
	1,5	10,8	24,9	33,3
	1,5	10,8	25,1	33,3
	1,4	11,0	26,0	33,5
	1,5	11,1	25,2	34,0
	1,4	10,5	25,0	32,9
	1,5	10,8	24,2	32,8
	1,5	11,0	24,5	32,6
	1,5	11,0	25,1	32,3
\bar{x}	1,47	10,85	24,93	33,09
σ	0,05	0,21	0,58	0,56

1,00	1,5	12,0	29,2	38,8
	1,5	12,0	28,8	38,2
	1,5	12,1	29,0	38,9
	1,5	12,2	29,1	38,5
	1,5	11,8	29,2	38,9
	1,4	11,9	29,1	38,7
	1,5	12,3	29,9	39,3
	1,5	12,1	29,5	39,2
	1,4	11,8	29,3	38,9
	1,4	12,0	29,8	39,4
\bar{x}	1,47	12,02	29,29	38,88
σ	0,05	0,16	0,35	0,36

1,42	1,4	12,9	34,7	47,1
	1,5	13,0	34,9	47,3
	1,5	13,0	35,0	47,5
	1,5	12,5	34,6	47,0
	1,5	13,2	35,3	47,8
	1,4	13,5	35,5	48,3
	1,5	13,3	35,2	48,2
	1,5	13,0	35,5	48,4
	1,4	13,1	35,3	48,2
	1,4	13,2	35,7	48,6
\bar{x}	1,46	13,07	35,17	47,84
σ	0,05	0,27	0,36	0,58

2,00	1,3	13,1	42,1	58,6
	1,4	14,0	43,0	60,0
	1,5	13,5	42,8	59,0
	1,5	13,4	42,5	59,0
	1,4	14,0	43,5	60,0
	1,5	14,1	43,6	60,0
	1,5	13,9	43,0	59,3
	1,4	14,1	43,5	60,0
	1,5	14,0	43,4	60,0
	1,2	14,1	43,1	59,9
\bar{x}	1,42	13,82	43,05	59,58
σ	0,10	0,36	0,48	0,55

TABELA V

- MEDIÇÕES COM LUBRIFICAÇÃO
 - 1ª SÉRIE DE TENSÕES

ptos cargas	3	5	8	10
0,50	0,9	2,7	8,9	12,0
	1,0	2,7	7,6	11,0
	0,8	2,5	7,0	12,0
	1,0	2,9	8,8	12,0
	1,0	2,6	8,7	12,5
	1,1	3,1	8,6	11,2
	1,0	3,5	9,1	13,0
	0,9	3,0	8,9	12,2
	1,1	3,4	9,2	12,3
	0,8	3,0	8,6	12,6
\bar{x}	0,96	2,94	8,54	12,03
σ	0,11	0,33	0,70	0,63

ptos cargas	3	5	8	10
0,79	1,2	7,7	12,2	18,0
	1,3	7,0	12,4	17,8
	1,1	7,5	12,3	18,0
	1,4	8,0	13,2	19,1
	1,4	7,8	13,5	20,0
	1,3	7,0	13,3	19,2
	1,4	8,2	14,8	20,1
	1,4	7,9	12,0	18,5
	1,3	8,1	12,8	19,0
	1,3	7,3	14,5	19,4
\bar{x}	1,31	7,65	13,10	18,91
σ	0,10	0,44	0,96	0,82

1,00	1,4	8,7	19,0	27,0
	1,4	8,9	19,1	27,4
	1,4	9,6	20,5	28,4
	1,3	9,2	19,6	27,5
	1,4	9,5	19,7	27,3
	1,5	9,8	19,4	27,5
	1,4	9,8	20,7	28,7
	1,6	8,9	19,1	27,5
	1,4	9,7	20,4	29,0
	1,5	9,6	20,0	28,8
\bar{x}	1,43	9,37	19,76	27,91
σ	0,08	0,41	0,62	0,73

1,42	1,6	11,9	28,3	39,2
	1,6	11,8	28,3	39,4
	1,5	11,9	28,0	38,9
	1,5	11,3	27,9	40,0
	1,3	12,0	29,0	40,5
	1,6	11,9	28,9	40,3
	1,6	11,8	27,3	40,1
	1,5	12,5	28,1	40,0
	1,6	12,0	28,0	39,8
	1,6	12,5	29,8	41,0
\bar{x}	1,54	11,96	28,36	39,92
σ	0,10	0,35	0,70	0,63

2,00	1,4	12,9	36,6	52,9
	1,5	13,0	38,2	54,0
	1,5	13,1	38,1	54,9
	1,4	12,8	37,7	53,1
	1,4	13,0	38,9	54,1
	1,4	13,5	40,0	54,7
	1,4	12,9	37,8	53,2
	1,3	13,2	38,6	54,5
	1,3	12,5	36,8	53,5
	1,2	11,9	36,0	53,8
\bar{x}	1,38	12,88	37,87	53,87
σ	0,09	0,43	1,18	0,69

TABELA VI

- MEDIÇÕES COM LUBRIFICAÇÃO
- 2ª SÉRIE DE TENSÕES

Ptos cargas	3	5	8	10
0,50	1,0	2,9	5,4	8,1
	1,1	3,0	5,8	8,6
	0,9	3,0	5,9	8,5
	1,1	3,0	6,0	9,0
	1,0	2,9	6,1	9,0
	1,0	2,8	5,5	8,3
	1,0	3,0	5,7	8,7
	1,0	2,9	5,3	8,0
	1,1	3,0	5,2	8,0
	0,9	2,8	5,5	8,9
\bar{x}	1,01	2,93	5,64	8,51
σ	0,07	0,08	0,31	0,40

1,00	1,5	6,4	13,0	19,9
	1,5	6,5	13,5	20,9
	1,5	6,6	13,4	20,9
	1,4	7,0	14,1	21,2
	1,4	6,1	12,8	19,7
	1,5	6,8	14,2	21,3
	1,5	6,5	14,8	21,7
	1,5	6,5	13,4	20,0
	1,4	6,7	14,0	20,2
	1,5	7,1	15,0	21,8
\bar{x}	1,47	6,62	13,82	20,76
σ	0,05	0,29	0,73	0,76

2,00	1,0	12,8	33,5	48,5
	1,1	12,6	33,4	48,0
	1,0	12,5	33,4	48,5
	1,3	12,2	33,5	46,0
	1,1	12,8	34,0	49,0
	1,1	12,5	37,8	48,7
	1,0	12,8	33,9	48,1
	1,0	12,6	33,4	48,6
	1,0	13,0	34,5	49,0
	1,0	12,9	34,0	48,5
\bar{x}	1,06	12,67	33,74	48,30
σ	0,10	0,24	0,37	0,87

Ptos cargas	3	5	8	10
0,79	1,2	5,0	10,5	16,0
	1,2	5,3	10,8	16,5
	1,4	5,1	10,3	16,0
	1,4	5,6	11,2	17,1
	1,4	5,3	11,1	16,9
	1,4	5,7	11,2	17,2
	1,3	4,9	10,0	15,8
	1,4	5,1	10,8	16,0
	1,3	5,3	11,5	17,0
	1,5	5,0	9,8	15,8
\bar{x}	1,35	5,23	10,72	16,43
σ	0,10	0,26	0,56	0,57

1,42	1,3	10,1	25,0	35,5
	1,3	10,1	25,0	35,2
	1,4	10,4	26,0	36,8
	1,4	9,8	23,5	34,8
	1,4	10,1	24,8	36,2
	1,4	10,1	25,4	35,5
	1,3	10,0	24,1	35,3
	1,4	9,9	23,0	33,6
	1,3	9,9	23,8	35,0
	1,3	10,4	24,3	36,0
\bar{x}	1,35	10,08	24,49	35,39
σ	0,05	0,20	0,92	0,87

TABELA VII
- MEDIÇÕES COM LUBRIFICAÇÃO
- 3ª SÉRIE DE TENSÕES

ptos cargas	3	5	8	10
0,50	0,5	2,5	3,5	5,5
	0,5	2,5	3,6	5,6
	0,5	1,9	3,9	6,1
	0,6	2,1	4,1	6,2
	0,5	2,2	4,1	6,5
	0,6	2,0	4,3	7,0
	0,5	1,9	2,2	4,5
	0,7	2,9	4,3	6,7
	0,5	1,9	2,9	4,3
	0,5	2,1	3,2	4,9
\bar{x}	0,54	2,20	3,61	5,73
σ	0,07	0,33	0,68	0,93

1,00	1,4	6,4	14,4	21,0
	1,4	6,4	14,3	21,0
	1,4	6,5	14,5	21,1
	1,4	6,1	13,9	20,5
	1,4	6,4	14,4	21,4
	1,5	6,0	13,2	20,0
	1,4	5,8	12,7	19,2
	1,4	6,0	13,5	20,8
	1,5	6,5	14,4	21,2
\bar{x}	1,43	6,20	13,81	20,61
σ	0,05	0,27	0,71	0,70

2,00	1,4	11,1	29,1	43,5
	1,4	11,1	28,9	43,0
	1,4	11,4	29,9	43,5
	1,4	11,3	29,5	42,9
	1,3	11,5	30,1	45,0
	1,4	11,0	29,3	43,6
	1,4	11,3	29,0	43,0
	1,4	11,3	28,9	41,9
	1,4	11,3	29,7	43,1
	1,4	11,3	29,9	42,9
\bar{x}	1,39	11,26	29,43	43,24
σ	0,03	0,15	0,45	0,78

ptos cargas	3	5	8	10
0,79	1,3	3,9	6,9	10,8
	1,4	3,8	6,9	10,8
	1,4	4,0	7,1	11,0
	1,4	3,7	6,7	10,5
	1,4	3,9	7,0	10,9
	1,4	3,8	6,9	10,7
	1,4	3,9	7,0	11,0
	1,3	3,7	6,7	10,6
	1,5	4,0	7,1	11,1
	1,4	3,8	7,1	11,0
\bar{x}	1,39	3,85	6,94	10,84
σ	0,06	0,11	0,15	0,20

1,42	1,5	8,9	20,2	30,9
	1,5	8,6	19,6	29,5
	1,5	8,9	20,0	30,0
	1,6	9,0	20,6	30,9
	1,5	9,0	19,9	30,3
	1,5	9,3	20,9	30,8
	1,5	9,0	20,5	30,7
	1,6	9,1	20,6	30,8
	1,5	8,7	19,5	29,0
	1,5	8,9	19,8	30,2
\bar{x}	1,52	8,94	20,16	30,31
σ	0,04	0,20	0,47	0,65

TABELA VIII

- MEDIÇÕES COM LUBRIFICAÇÃO
- 4ª SÉRIE DE TENSÕES